MICROECONOMÍA I

EJERCICIOS RESUELTOS

TEORÍA DEL CONSUMIDOR

1. Comente y demuestre utilizando el instrumental teórico visto en clases:

a) Cuando dos bienes son sustitutos perfectos, el consumidor siempre optará por aquel de menor precio. Si ambos bienes tienen el mismo precio entonces habrá más de una canasta óptima.

Falso, hay que tomar también en cuenta las utilidades marginales. Al comparar el ratio de UMg y de precios recién podremos determinar la canasta óptima. Por ejemplo,

Una función de utilidad de dos bienes sustitutos perfectos tiene la siguiente forma:

$$U(x,y) = aX + bY$$

Por lo tanto: $\dfrac{UMgX}{UMgY} = \dfrac{a}{b}$

Si, $\dfrac{UMgX}{UMgY} < \dfrac{P_X}{P_Y}$ *entonces* $\dfrac{UMgX}{P_X} < \dfrac{UMgY}{P_Y}$*, que equivale a* $\dfrac{a}{P_X} < \dfrac{b}{P_Y}$

Quiere decir que una unidad monetaria gastada en el bien Y me da más utilidad que una unidad monetaria gastada en el bien, por lo que consumiré sólo el bien Y. Recordemos que con bienes perfectamente sustitutos nos enfrentamos a soluciones de esquina.

Por lo tanto, el bien que consumamos, depende de la relación entre las utilidades marginales de los bienes y sus precios. En el caso de los bienes perfectamente sustitutos, depende de la relación entre los coeficientes que acompañan a cada uno de los bienes en la función de utilidad y sus precios.

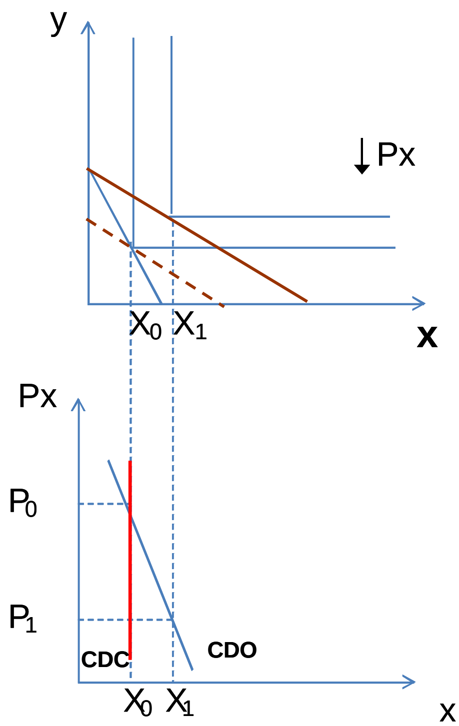
De manera similar:

$$Si,\ \frac{UMgX}{UMgY} > \frac{P_X}{P_Y}\ entonces\ \frac{UMgX}{P_X} > \frac{UMgY}{P_Y}\text{, } que\ equivale\ a\ \frac{a}{P_X} > \frac{b}{P_Y}$$

En este caso, sólo consumiremos el bien X.

b) La curva de demanda compensada tiene pendiente cero cuando el individuo maximiza una función de utilidad que depende de dos productos complementarios.

Falso, tiene pendiente infinita.



c) La curva de demanda compensada y la curva de demanda ordinaria de un bien siempre son diferentes, puesto que la primera únicamente captura el efecto precio y la segunda, sólo el efecto ingreso.

Falso. Primero, la curva de demanda ordinaria captura ambos efectos, precio e ingreso, no sólo el efecto ingreso. Segundo, pueden ser iguales en el caso que el EI sea cero, bien normal límite.

d) La satisfacción de Miguel viene dada por las salidas al cine (C) y las discotecas (D). Miguel tiene una función de utilidad Cobb Douglas homogénea de grado 1, y la parte de su gasto en diversión que destina a las salidas al cine es 40% (Miguel destina todo su gasto en diversión a las salidas al cine y las discotecas). Miguel ira a la discoteca las mismas veces que va al cine, si las salidas a las discotecas cuestan 50% más que las salidas al cine.

Verdadero. En una Cobb Douglas homogénea de grado 1 la proporción de gasto en cada bien es igual al exponente que dicho bien tiene en la función de utilidad. Si,

$$U_{(C,D)} = C^{\alpha} D^{\beta}$$
$$\alpha + \beta = 1$$

Las cantidades óptimas de consumo de los bienes C y D (que hacen que la utilidad sea máxima) vienen dadas por:

$$C^* = \alpha \times \frac{I}{P_C} \quad y \quad D^* = \beta \times \frac{I}{P_D} \ ; \quad \text{donde } I \text{ es el ingreso.}$$

Gasto en C = $C^* \times P_C = (\alpha \times \frac{I}{P_C}) \times P_C = \alpha \times I$

Proporción del gasto (I) destinado a C = $\frac{\alpha \times I}{I} = \alpha$

Si la proporción del gasto en cine es 40%, entonces α=0,4 y β=0,6.

Si el número de salidas al cine es el mismo que el número de salidas a la discoteca, entonces,

$$C^* = D^*$$
$$\alpha \times \frac{I}{P_C} = \beta \times \frac{I}{P_D}$$
$$\frac{P_D}{P_C} = \frac{0.6}{0.4} = 1.5$$

El ratio de precios, precio de salida a la discoteca sobre el precio de salida al cine es igual a 1.5. Por lo tanto, el precio de una salida a la discoteca es 50% mayor que una salida al cine, por lo que el comente es verdadero.

2. En un ejercicio de Micro 4 en una conocida universidad, se le ha pedido a Fara que resuelva un ejercicio de optimización de un alienígeno llamado E.T y está perdido. No tiene la más remota idea qué tipo de función de utilidad es a la que se refieren. En el planeta de ET solo existen tres tipos de bienes (x, y, z), las utilidades marginales dependen perfectamente unas de otras y en la función de utilidad los factores que multiplican a los bienes x, y, z son 3, 5 y 4 respectivamente.

   Tres cuartas partes del día (1día = 40 horas terrestres) son destinadas a trabajar y, dado que no están muy desarrollados, cada habitante debe producir los bienes que consume. Nuestro extraterrestre nos ha señalado que la producción de x, y, z le lleva un quinto, un tercio y un décimo respectivamente de las horas destinadas a trabajar.

   Dado estos datos, se le pide:

   a) Exprese la función de utilidad de los alienígenos.

   U= min{3x,5y,4z}

   b) Halle la canasta óptima de los bienes para los alienígenos de ese planeta.

   “Ingreso”=40(3/4)=30hrs
   RP: 30=6x+10y+3z

   Condición de maximización:
   3x=5y entonces: y=(3/5) x
   3x=4z entonces: z=(3/4) x

   En RP: 6x+6x+(9/4)x = 30
   x = 2.11
   y = 1.27
   z = 1.58

c) ¿Cómo se afectaría la canasta óptima de E.T si sólo se dedicase a producir x e y ya que para él el bien z no afecta su utilidad?

U= min{3x,5y}
RP = 30=6x+10y
Condición de maximización
3x=5y entonces y=(3/5)x
En R.P: 6x+6x = 30
x=2.5
y=1.5

3. Los recientes acontecimientos en Ica han obligado al Gobierno a implementar planes de ayuda a los damnificados. Este sabe que los pobladores necesitan tres tipos de bienes: frazadas (F), agua (A) y conservas (C). y que, además, estos intercambian los bienes entre sí siempre en las mismas proporciones. Dado que el Gobierno cuenta con limitados recursos, debe elegir el plan de ayuda que maximice la utilidad de los iqueños.

Plan I: Dar el *combo* de ayuda que consiste en 4 frazadas, 8 litros de agua y 12 latas de conserva.

Plan II: Dar una subvención económica que asciende a S/. 280.

Además, se cuenta con información estimada por los economistas del CIUP acerca de las preferencias de los iqueños y los precios de los productos.

$$\frac{UMgF}{UMgA} = \frac{10}{6} \qquad \frac{UMgA}{UMgC} = \frac{3}{2}$$

Precios del mercado abierto $P_F = 20$, $P_A = 14$, $P_C = 8$

Intercambio en el mercado negro: 4 litros de agua por 3 frazadas, 2 litros de agua por 1 conserva.

Nota: asuma que en el mercado negro solo pueden tranzarse los productos DONADOS mas no los adquiridos en el mercado abierto

a) Estimar la función de utilidad de los damnificados.

Dado que son bienes perfectamente sustitutos, la función de utilidad es lineal. Los ratios de UMgs nos dan los coeficientes de cada uno de los bienes.

(Recordemos que en una función de bienes perfectamente sustitutos, la UMg de cada bien viene dada por los coeficientes que lo acompañan en la función de utilidad).

$$U_{(F,A,C)} = 10F + 6A + 4C$$

También es válida

$$U_{(F,A,C)} = 5F + 3A + 2C$$

Lo importante es que se cumplan las relaciones de Umg que nos han dado como dato.

b) ¿Qué plan es el más beneficioso? ¿Cuál es la canasta óptima de consumo? Asuma que no existe el mercado negro.

Para encontrar el plan óptimo, evaluemos cada uno en función del nivel de utilidad que me da.

Plan I

$$U_{(F,A,C)} = 5 \times 4 + 3 \times 8 + 2 \times 12 = 68$$

Plan II

Hay que comparar los ratios de UMg con los ratios de precios de mercado, para encontrar la canasta óptima y evaluar el nivel de utilidad que me reporta.

$$\frac{UMgF}{UMgA} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$
$$\frac{P_F}{P_A} = \frac{5}{7}$$
$$\frac{UMgF}{UMgA} > \frac{P_F}{P_A}$$

Prefiero consumir frazadas en vez de agua

$$\frac{UMgA}{UMgC} = \frac{3}{2}$$
$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{7}{4}$$
$$\frac{UMgA}{UMgC} < \frac{P_A}{P_C}$$

Prefiero consumir conservas en vez de agua. Debo elegir ahora, entre frazadas y conservas.

$$\frac{UMgF}{UMgC} = \frac{5}{2}$$
$$\frac{P_F}{P_C} = \frac{5}{2}$$
$$\frac{UMgF}{UMgC} = \frac{P_F}{P_C}$$

Dado que existe igualdad entre lo ratios, la canasta óptima estará compuesta de sólo frazadas o sólo conservas o una combinación de ambas.

Si usa los 280 soles para frazadas

$$F = \frac{280}{20} = 14$$

$$U_{(F,A,C)} = 5 \times 14 + 3 \times 0 + 2 \times 0 = 70$$

Si usa los 280 soles para conservas

$$C = \frac{280}{8} = 35$$

$$U_{(F,A,C)} = 5\times 0 + 3\times 0 + 2\times 35 = 70$$

Dado que el nivel de utilidad con la asignación económica es mayor que con el reparto de bienes, entonces el Plan II es el mejor.

La canasta óptima de consumo estaría compuesta exclusivamente de frazadas o exclusivamente de conservas o de una combinación de ambos. No se consumiría agua.

c) ¿Qué plan es el más beneficioso si asumimos la existencia del mercado negro? ¿qué asignación económica haría que ambos planes fuesen indiferentes para los pobladores?

En este caso tenemos nuevos precios relativos otorgados por el mercado negro.

$$\frac{P_A}{P_F} = \frac{3}{4}$$
$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{1}{2}$$

Evaluemos los planes

Plan I

Dado que puedo intercambiar los bienes, debo encontrar la nueva canasta que maximiza mi utilidad

$$\frac{UMgA}{UMgF} = \frac{3}{5}$$
$$\frac{P_A}{P_F} = \frac{3}{4}$$
$$\frac{UMgA}{UMgF} < \frac{P_A}{P_F}$$

Prefiero las frazadas sobre el agua

$$\frac{UMgA}{UMgC}=\frac{3}{2}$$
$$\frac{P_A}{P_C}=\frac{1}{2}$$
$$\frac{UMgA}{UMgC}>\frac{P_A}{P_C}$$

Prefiero agua sobre las conservas. Por ende, también prefiero las frazadas sobre las conservas.

La canasta óptima sería el consumo exclusivo de frazadas.

Me dan 4 frazadas

Cambio 8 litros de agua por 6 frazadas

Cambio 12 conservas por 24 litros de agua y los 24 litros de agua por 18 frazadas.

$$U_{(F,A,C)}=5\times 28+3\times 0+2\times 0=140$$

Plan II

Pasa por el mismo proceso de la pregunta b). La utilidad asciende a 70.

Con el mercado negro, los pobladores preferirán el Plan I para luego intercambiar los productos dado que les permite alcanzar un nivel de utilidad mayor.

4. Durante el tiempo que Guillermo está en la universidad, sólo consume menús en la cafetería (x) y cigarros (y). Debido a que los cigarrillos son dañinos, sus padres han decidido tomar una medida para disminuir su consumo de cigarros. Así, ellos le repartirán 10 cupones que sirven para comprar un menú cada uno y no los puede vender. Si Guillermo tiene una propina mensual (que solo gasta en la universidad) de S/. 200, el menú tiene un precio de S/. 5, los cigarros de S/. 10 y la función de utilidad es: $U = x^{0.4}y^{0.6}$

a) ¿Lograron los papás de Guillermo su objetivo?

Dos bienes:

X $\longrightarrow$ *Menús en la cafetería*

L $\longrightarrow$ *Cigarros*

$P_X =$ *S/. 5,* $P_Y =$ *S/. 10. Ingreso = S/. 200*

En el óptimo:

$$\frac{\text{UMgX}}{\text{UMgY}} = \frac{P_X}{P_Y}\text{, entonces } \frac{(0.4)\,X^{-0.6}\,Y^{0.6}}{(0.6)\,X^{0.4}\,Y^{-0.4}} = \frac{P_X}{P_Y}$$

Por lo tanto, en el óptimo se tiene que cumplir que:

$$Y = \frac{3P_X}{2P_Y}X$$

b) ¿Qué pasaría si Guillermo lograse vender cada cupón a S/. 3 en la universidad? ¿Usted cree que lo haría?

Reemplazamos en el Rest. Presup. en donde I = Gasto en X + Gasto en Y

Sin la transferencia:

200 = Px X + Py Y $\longrightarrow$ *200 = 5X + 10 (3/2) (5/10) X*

Por lo tanto, las cantidades óptimas son: X=16, Y=12

Con la transferencia:

Ahora el gasto en X cambia. Si consumimos X, el gasto en X sería (X-10) multiplicado por su precio correspondiente, pues hemos recibido una transferencia de X de 10 (hemos recibido 10 cupones de menú).

$200 = Px\,(X-10) + Py\,Y \longrightarrow 200 = 5(X-10) + 10\,(3/2)\,(5/10)\,X$

Y las cantidades óptimas en este caso son: X=20, Y=15.

Por lo tanto, los padres de Guillermo no han cumplido su objetivo, pues se ha incrementado tanto el consumo de menús, como el de cigarros, a pesar de que la transferencia fue sólo en vales de menú.

c) Daría resultado darle a Guillermo S/. 40 menos de propina a cambio de los 10 cupones?

Si le dan S/. 40 menos de propina en lugar de los diez cupones su nuevo ingreso sería de S/. 160.

$160 = Px\,X + Py\,Y \longrightarrow 200 = 5X + 10\,(3/2)\,(5/10)\,X$

Por lo tanto, las cantidades óptimas son: X=12,8 y Y=9,6.

Como ser observa, se reducen las cantidades consumidas de ambos bienes, Por lo tanto, daría resultado, pues se reduce el consumo de cigarrillos, pero también se reduce el consumo de menú.

d) ¿Qué pasaría en a) si, además de los cupones, los papás de Guillermo logran conseguir mediante una campaña que suba el precio de los cigarros en 30%?

Si además de los cupones, se consigue que el precio de los cigarros subas en 30% entonces ahora Py = S/. 13

$200 = Px\,(X-10) + Py\,Y \longrightarrow 200 = 5(X-10) + 13\,(3/2)\,(5/13)\,X$

Y las cantidades óptimas en este son: X=20, Y=11,5

Con lo que se consigue el objetivo de reducir el consumo de Y, pero no el consumo de X, el cual se mantiene en 20.

5. Comentes

a) Un investigador necesita conocer con desesperación la elasticidad precio de un bien por lo que le pide ayuda a sus colegas. Mario le contesta que con la elasticidad ingreso y cruzada de ese bien es suficiente mientras que Augusto considera que sólo con la elasticidad ingreso y la elasticidad precio de la demanda, que mantiene la utilidad constante, de ese bien es suficiente.

Solución

Verónica está en lo correcto ya que con los datos de su respuesta se puede hallar la elasticidad precio aplicando el teorema de Euler a la propiedad de homogeneidad de las demandas ordinarias. Luis André está mal porque faltaría el dato de la proporción del gasto en ese bien para obtener la elasticidad precio por la identidad de Slutsky.

b) Un individuo cuenta con un ingreso tal que $M_0 = e(P_0,U_0)$, donde P_0 es un vector que contiene los precios de los "n" bienes de la economía en el periodo 0. Si en el periodo 1, el nuevo vector de precios es $P_1 = \lambda P_0$ (donde λ es mayor a 1) y el nuevo ingreso $M_1= \lambda M_0$, entonces el nivel de utilidad del periodo 1 alcanzado por este individuo será igual a U_0.

Solución

Verdadero. Por homogeneidad de demanda, si el ingreso del individuo es $e(P_0,U_0)$, entonces, a los precios P_0, la utilidad máxima que este podrá alcanzar es U_0. En el periodo 1, todos los precios van a ser mayores en λ, por lo que para alcanzar un nivel de utilidad tal como el anterior, el ingreso del individuo deberá aumentar en λ. Como este aumenta en λ, el nivel de utilidad alcanzado se mantiene igual.

c) Para un bien inferior, ante aumentos o caídas en el precio, la variación del excedente del consumidor calculada sobre la curva de demanda ordinaria siempre será mayor que la variación del excedente del consumidor calculada sobre la curva de demanda compensada. Emplee gráficos.

Solución

Falso. Cuando se da una caída en los precios, la variación del excedente del consumidor calculada sobre la CDC será mayor que al emplear la CDO. Sin embargo, *cuando se da un aumento en los precios, la variación del excedente del consumidor calculada sobre la CDC será menor que al emplear la CDO.*

d) La elasticidad-precio de un bien será mayor en la medida en que su elasticidad-ingreso sea menor.

6. En una economía de dos bienes (x e y), la función de gasto mínimo de un individuo se expresa de la siguiente manera.

$$e_{(P,U_0)} = \left(\frac{Px}{0.8}\right)^{0.8}\left(\frac{Py}{0.2}\right)^{0.2} U_0$$

Además, se conoce que su ingreso es igual a 100 y los precios son iguales a 1.

a) Determine la función de demanda de "x", sobre la base de los precios y el ingreso del individuo, así como la función de demanda de "y" que asume su utilidad constante.
b) Muestre gráficamente la relación que existe entre la función de demanda ordinaria y la de demanda compensada para un nivel de utilidad dado. Explique.
c) Ahora asuma una función de utilidad como: $U = X^{0,5}Y^{2}$ y que el precio de X se incrementa en 100%. ¿Cuál sería el cambio en el consumo de X? Tome en cuenta la canasta inicial de consumo con la nueva función de utilidad.

7. En el Perú se tiene la siguiente función de demanda por pan de camote (x):

$$x = kP_x^{-a}P_y^{b}M^{0.6}$$

donde:

Px = precio del kilo de pan de papa

Py = precio del kilo de pan de trigo

M = ingreso promedio del consumidor

K = constante

El reciente incremento en el precio internacional del trigo ha determinado que el gobierno incentive el consumo del pan de camote como sustituto del pan de trigo. Para ello ha consultado a expertos en nutrición que han recomendado que se incremente el consumo del pan de camote en 50%. Además se sabe que un incremento de 25% en el precio del pan de camote genera un caída de 43.75% en la cantidad consumida de papa. El ministro de la producción le ha pedido ayuda en dos tópicos:

a) Determinar el valor de los parámetros a y b.

Solución

Con la información proporcionada se puede determinar la elasticidad precio del pan de camote.

$$\frac{\Delta\%X}{\Delta\%Px} = \frac{-43{,}75\%}{25\%} = -1{,}75$$

Además es igual a:

$$E_{XPX} = \frac{\partial X}{\partial Px} \times \frac{Px}{X} = \frac{-aKPx^{-a-1}Py^{b}M^{c}}{} \times \frac{Px}{KPx^{-a}Py^{b}M^{c}} = -a$$

Por lo tanto a=1.75.

Por otro lado, la elasticidad ingreso se puede calcular del mismo modo utilizando el exponente de M=0,6.=$E_{xm.}$

Por la propiedad de homogeneidad, se puede despejar b.

$$E_{xpx} + E_{xpy} + E_{xm} = 0$$
$$-1{,}75 + b + 0{,}6 = 0$$
$$b = 1{,}15 = E_{xpy}$$

b) Alcanzar el objetivo de incrementar el consumo del pan de camote en 50%. Para ello evalúe las distintas herramientas de política sobre la base del precio del pan de camote, el precio del pan de trigo y el ingreso promedio del consumidor.

Solución

- E_{xpx}*=-1,75=*$\frac{+\Delta\%50}{\Delta\%Px} \Rightarrow \Delta\%Px = -28{,}57\%$*, es decir si se quiere incrementar el consumo de pan de camote en 50%, se tendría que reducir su precio en 28,57%.*

- *E_{xpy}= 1,15=*$\dfrac{\Delta\%50}{\Delta\%Py} \Rightarrow \Delta\%Py = 43{,}48\%$*, es decir si se quiere incrementar el consumo de pan de camote en 50%, se tendría que incrementar el precio del pan de trigo en 43,48%.*
- *E_{xm}=0,6=*$\dfrac{\Delta\%50}{\Delta\%M} \Rightarrow \Delta\%M = 83{,}33\%$*, es decir, si se quiere incrementar el consumo de pan de camote en 50%, se tendría que incrementar el ingreso promedio del consumidor en 83,33%.*

8. Se tiene la siguiente función mínima de gasto

$$e_{(P_1,P_2,U_0)} = 3\times\sqrt[3]{\frac{U_0\times P_1\times {P_2}^2}{4}}$$

Para el bien "2",

a) Exprese matemáticamente, en términos de integrales, la diferencia que surgiría entre emplear la curva de demanda ordinaria y la curva de demanda compensada para hallar la variación en el excedente del consumidor ante un aumento de precios. *(Nota: no es necesario resolver las integrales, sólo dejarlas correctamente indicadas*).

<u>Solución</u>

Necesitamos hallar la función de demanda ordinaria (CDO) y la función de demanda compensada (CDC) del bien 2.

CDC

Por el Lemma de Shephard

$$\frac{\partial e}{\partial P_2} = 3\times\sqrt[3]{\frac{U_0\times P_1}{4}}\times\frac{2}{3{P_2}^{1/3}} = 2\times\sqrt[3]{\frac{U_0\times P_1}{4P_2}}$$

CDO

Despejamos U_0, igualamos a la FIU (v). Usamos la identidad de Roy.

$$v_{(P_1,P_2,M)} = \frac{4}{27}\times\frac{M^3}{P_1{P_2}^2}$$

$$-\frac{\frac{\partial v}{\partial P_2}}{\frac{\partial v}{\partial M}} = \frac{2}{3}\times\frac{M}{P_2}$$

La diferencia que surgiría entre emplear la curva de demanda ordinaria y la curva de demanda compensada para hallar la variación en el excedente del consumidor ante un aumento de precios, es la diferencia entre las integrales de ambas curvas.

$$\Delta = \int_{P_2^0}^{P_2^1} 2\times\sqrt[3]{\frac{U_0\times P_1}{4P_2}} - \int_{P_2^0}^{P_2^1} \frac{2}{3}\times\frac{M}{P_2} = \int_{P_2^0}^{P_2^1} 2\times\sqrt[3]{\frac{U_0\times P_1}{4P_2}} - \frac{2}{3}\times\frac{M}{P_2}$$

$P_2^1 > P_2^0$

b) Intuitivamente, ¿el empleo de qué curva nos dará una variación mayor ante aumentos en el precio? Sustente adecuadamente sobre la base de la información del problema.

Solución

Esto dependerá de si tenemos un bien normal o un bien inferior. Si es un bien inferior, ante un aumento en precios mayor variación nos dará el la CDO. Si es un bien normal, ante un aumento en precios mayor variación nos dará el la CDC.

Para comprobar si el bien 2 es un bien normal o inferior, calculamos la derivada de la CDO respecto del ingreso.

$$\frac{\partial X_2^{ord}}{\partial M} = \frac{2}{3P_2^{\,2}} > 0$$

Es un bien normal. La curva que nos da mayor variación es la CDC.

TEORÍA DEL PRODUCTOR

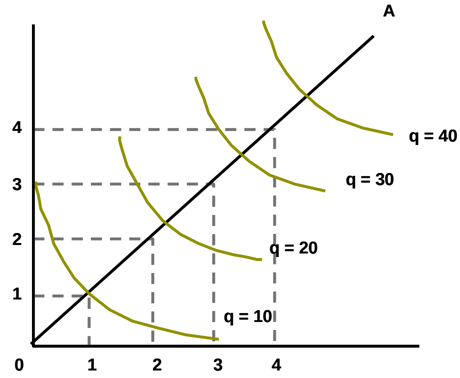
9. Comentes

a) El mapa de isocuantas en el caso de presencia de retornos decrecientes a escala es equivalente al mapa de isocuantas en el caso de presencia de retornos crecientes a escala (son iguales). Sustente gráficamente su respuesta.

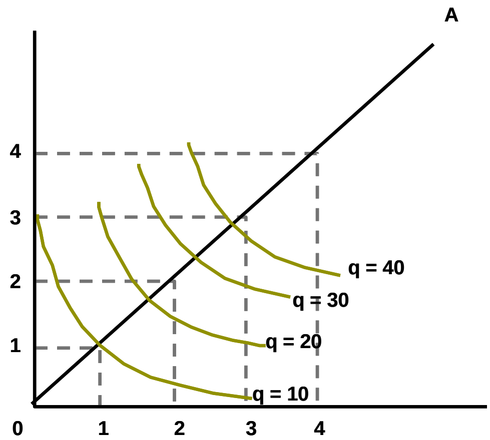
Solución

Falso, en rendimientos decrecientes a escala las isocuantas cada vez son más despegadas a medida que se alejan del origen mientras que en rendimientos crecientes a escala estas están cada vez más pegadas entre sí, a medida que nos alejamos del origen.

Retornos decrecientes



Retornos crecientes



b) En una función de producción de retornos decrecientes a escala, si uno de los factores de producción tiene una elasticidad de producción menor a 1, el otro debe encontrarse, necesariamente, en la etapa II de producción.

Solución

(asumir una función de producción de 2 factores de producción)

Verdadero.

Elasticidad de producción

$$E_T = E_K + E_L = \frac{\Delta\%Q}{\Delta\%K} + \frac{\Delta\%Q}{\Delta\%L} = \frac{PMgK}{PMeK} + \frac{PMgL}{PMeL}$$

Con retornos decrecientes a escala,

$$E_T < 1 \rightarrow E_K + E_L < 1$$

Dado que la suma debe ser menor a 1, si una de las elasticidades es mayor a 1, ya no se cumpliría la condición. Por ello, ambas elasticidades deben ser menores a 1. Esto se da en la Etapa II de producción porque el Pme es mayor que el Pmg.

c) Dado que por dualidad la minimización de costos es equivalente a la maximización de la producción sujeta a cierto nivel de costo, los respectivos multiplicadores de Lagrange de cada ejercicio de optimización también son iguales. Sustente su respuesta.

Solución

Falso, en el caso de la maximización de producción sujeto a un nivel de gasto. El multiplicador de Lagrange me indica "la productividad marginal del gasto". Es decir, por una unidad monetaria adicional invertida en el proceso productivo, cuánto producto adicional se obtiene. En el caso de la minimización del costo sujeto a un nivel de producción, el multiplicador de Lagrange me indica "el costo marginal de la producción". Es decir, cuál es el costo adicional de producir una unidad adicional de producto. Uno es la inversa del otro.

d) En el punto de maximización de beneficios, se maximizan los ingresos y se minimizan los costos.

Solución

Falso, el que se maximicen los beneficios no implica que se esté maximizando los ingresos y/o minimizando costos, lo que se está haciendo es maximizar la diferencia entre ellos. Para maximizar los ingresos sólo hay que seguir produciendo cada vez más, es decir, no hay un punto máximo, los ingresos pueden llegar al infinito. En cuanto a minimizar los costos sería, en el límite, que estos lleguen a cero (en el largo plazo) o a los costos fijos (en el corto plazo), es decir, que no se produzca nada. Sin embargo, maximizar los beneficios es encontrar un nivel de producción que hace máxima la diferencia entre ingresos y costos, sin que estos últimos sean máximos ni mínimos, respectivamente.

10. La empresa de medicina natural "Ayahuasca" emplea como insumos dos tipos de raíces amazónicas (r_1 y r_2). La función de producción de la empresa es la siguiente:

$$Q_{(r_1,r_2)} = (r_1 + r_2)^{0.5}$$

Si el costo de r_1 es de 25 soles y el de r_2 es de 20 soles. Determine

a) La demanda, en función del nivel de producción, por cada uno de los insumos.

Solución

Son dos factores de producción que se sustituyen perfectamente. Puede existir solución de esquina por lo que no se puede emplear Lagrange. Por eso, hay que comparar directamente las productividades marginales con los costos de los factores.

$$\frac{PMgr_1}{PMgr_2} = \frac{c_1}{c_2}$$
$$\frac{0.5(r_1 + r_2)^{-0.5}}{0.5(r_1 + r_2)^{-0.5}} < \frac{25}{20}$$
$$\frac{0.5(r_1 + r_2)^{-0.5}}{25} < \frac{0.5(r_1 + r_2)^{-0.5}}{20}$$
$$\frac{PMgr_1}{25} < \frac{PMgr_2}{20}$$

Esto me indica que debo producir exclusivamente con r_2. Las demandas condicionadas, en función del nivel de producción, serían:

r_1*= 0

$$(r_1 + r_2)^{0.5} = Q$$
$$(0 + r_2)^{0.5} = Q$$
$$r_2{*} = Q^2$$

b) La función de costos totales de corto plazo si se sabe que el alquiler de equipos asciende a 1,000 soles independientemente del nivel de producción.

Solución

$$CT = c_1 r_1 + c_2 r_2 + CF$$
$$CT = 25 \times 0 + 20 \times Q^2 + 1000$$
$$CT = 20Q^2 + 1000$$

COMPETENCIA PERFECTA

11. La bodega "Cabernero", empresa representativa del mercado de vinos, produce dos tipos de vino: vino blanco y vino tinto. Una consultora ha estimado la estructura de costos de producción, de largo plazo, de ambos tipos:

$$CT_B = 0{,}04Q^3 - 0{,}8Q^2 + 10Q$$
$$CMe_T = 0{,}04Q^2 - 0{,}8Q + 20$$

Donde CT_B es el costo total de producir vino blanco y CMe_T es el costo medio de producir vino tinto. "Q" indica el número de botellas producidas.

a) Determine la función de oferta de "Cabernero" para cada tipo de vino.

Solución

Vino blanco

$$CMg_B = 0{,}12Q^2 - 1{,}6Q^1 + 10$$
$$CMg_B = P$$
$$P = 0{,}12Q^2 - 1{,}6Q^1 + 10$$
$$0 = 0{,}12Q^2 - 1{,}6Q^1 + 10 - P$$
$$Q_B{}^* = \frac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 2{,}24}}{0{,}24}$$

Pto. de cierre (CMe mínimo, LP)

$$CMe_B = 0{,}04Q^2 - 0{,}8Q^1 + 10$$
$$\frac{dCMe_B}{dQ} = 0$$
$$0{,}08Q - 0{,}8 = 0$$
$$Q = 10$$
$$P = 6$$

Curva de oferta de vino blanco

$$Q_B{*} = \frac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 2{,}24}}{0{,}24} \quad P \geq 6$$

Vino tinto

$$CT_T = 0{,}04Q^3 - 0{,}8Q^2 + 20Q$$
$$CMg_T = 0{,}12Q^2 - 1{,}6Q^1 + 20$$
$$CMg_T = P$$
$$P = 0{,}12Q^2 - 1{,}6Q^1 + 20$$
$$0 = 0{,}12Q^2 - 1{,}6Q^1 + 20 - P$$
$$Q_T{*} = \frac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 7{,}04}}{0{,}24}$$

Pto. de cierre (CMe mínimo, LP)

$$CMe_B = 0{,}04Q^2 - 0{,}8Q^1 + 20$$
$$\frac{dCMe_B}{dQ} = 0$$
$$0{,}08Q - 0{,}8 = 0$$
$$Q = 10$$
$$P = 16$$

Curva de oferta de vino tinto

$$Q_T{*} = \frac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 7{,}04}}{0{,}24} \quad P \geq 16$$

b) Determine la oferta del mercado global de vinos. Tenga en cuenta que este mercado está compuesto por 20 bodegas, con las mismas estructuras de costo de "Cabernero", que producen vino blanco y vino tinto.

Solución

Hay que tener en cuenta los rangos de precios y sumar las oferta de ambos tipos de vino y de todas las empresas en el mercado.

$$\begin{cases} P < 6 & Q_M{}^* = 0 \\ 6 \leq P < 16 & Q_M{}^* = 20 \times \dfrac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 2{,}24}}{0{,}24} \\ 16 \leq P & Q_M{}^* = 20 \times \dfrac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 2{,}24}}{0{,}24} + 20 \times \dfrac{1{,}6 + \sqrt{0{,}48P - 7{,}04}}{0{,}24} \end{cases}$$

c) Si el precio de equilibrio de mercado es S/. 13.6 por botella, de vino blanco o tinto, ¿a cuánto ascienden los beneficios de "Cabernero"?

Solución

Para obtener los beneficios, debemos determinar los costos e ingresos de producir. Debemos reemplazar el precio en las funciones respectivas.

Q (Reemplazando P en la función de oferta) = 15.3 botellas

P = 13.6 soles

Ingresos (PxQ) = 208.1 soles

Costos (Reemplazando Q en la función de costos de vino blanco[1]) = 109.0 soles

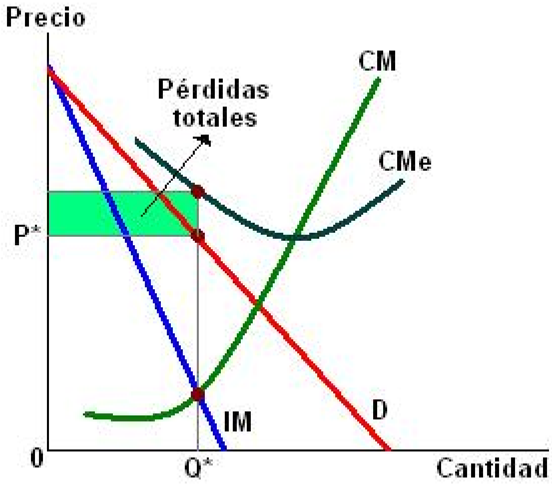
Beneficios (Ingresos – Costos) = **99.1 soles**

[1] Es el único que se produce.

LA COMPETENCIA IMPERFECTA

1. Comente:
   a. Dado que el monopolista es único en el mercado del bien X, esto le garantiza que siempre obtendrá ganancias, nunca pérdidas económicas.

Los monopolios no siempre tienen ganancias. Las pérdidas se pueden dar si los costos son muy altos o si la demanda muy baja. El siguiente gráfico ilustra las pérdidas del monopolio, sombreadas en verde:



   b. Cuando un alumno ingresa a cierta universidad, se le investiga visitando su casa, exigiendo información sobre los ingresos de sus padres, gastos escolares, gastos en grupos de estudio y profesores particulares, si estudiaste en colegio particular o privado, etc; luego, esta universidad clasifica al alumno en alguna de las 6 escalas de pago. ¿Puede decirse que dicha universidad logra discriminar en primer grado? ¿Esta discriminación logra aumentar el bienestar económico?

En primer lugar, habría que preguntarse si el "producto" ofrecido a cualquier alumno es el mismo. Esto es cierto, porque 2 alumnos en diferentes escalas de pago reciben el mismo trato y el mismo servicio (los mismos cursos). Entonces, dado que el servicio es el mismo y que los precios cobrados son diferentes, estamos ante una discriminación de precios.

Para conocer el grado de discriminación, habría que conocer el método que utiliza la universidad para lograr dicho cometido. Se sabe que investiga individualmente a cada alumno; sin embargo, no logra fijar una pensión diferente a todos, sino los ubica en 6 escalas de pago; por lo tanto, no logra ser una discriminación de primer grado.

La discriminación es de tercer grado, porque divide a los alumnos en varios grupos con curvas de demanda diferentes.

Esta discriminación sí logra aumentar el bienestar económico, porque los alumnos con más dinero permiten que los que tienen menos dinero logren estudiar. Se espera que cuando existe discriminación sea posible que estudien más alumnos, que cuando no hay discriminación.

c. Ryan, Santiago y Masiel tienen celulares “Claro”. Si llaman a cualquier otro “Claro” les cobran S/. 0.95 por minuto. Pero ellos se han “triado”; por lo tanto, las llamadas que se hacen entre ellos sólo les cuesta S/. 0.55 por minuto. ¿Qué grado de discriminación está realizando la empresa con ellos? ¿Esta discriminación logra aumentar el bienestar económico?

Las llamadas de un “Claro” a cualquier otro “Claro” son el mismo producto que llamar a un “Claro” triado. Si cobran diferente por el mismo servicio, entonces están discriminando precios. En el caso propuesto, la empresa intenta que el consumidor se autoseleccione y escoja la tarifa que más le convenga. Se trata de una discriminación de segundo grado.
Esta discriminación sí logra aumentar el bienestar económico, porque les brinda a los usuarios la alternativa de obtener un mayor excedente en aquellas llamadas que realizan con mayor frecuencia (llamadas a los celulares “triados”).

2. Una compañía farmacéutica tiene el monopolio de un nuevo fármaco patentado. El producto puede producirse en dos plantas, cuyos costos marginales de producción son $CMg_1 = 20 + 2Q_1$ y $CMg_2 = 10 + 5Q_2$. La estimación de la demanda del producto de la empresa es $P = 20 - 3(Q_1 + Q_2)$, donde Q se expresa en miles de unidades y P en dólares por unidad. ¿Cuánto debe planear producir la empresa en cada planta y a qué precio debe planear vender el producto?

$$CMg_1 = 20 + 2Q_1$$
$$CMg_2 = 10 + 5Q_2$$

Cuando una empresa maximizadora de beneficios produce en dos o más plantas cuyos costos de funcionamiento son diferentes, el nivel de producción debe repartirse entre las dos plantas de manera que el costo marginal sea el mismo en las dos e igual al ingreso marginal. Veamos:

Max $\pi = PQ_T - C_1(Q_1) - C_2(Q_2)$

donde: $Q_T = Q_1 + Q_2$

CPO: $$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = \frac{\partial PQ_T}{\partial Q_1} - \frac{\partial C_1}{\partial Q_1} = 0 \quad \rightarrow \quad IMg = CMg_1$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = \frac{\partial PQ_T}{\partial Q_2} - \frac{\partial C_2}{\partial Q_2} = 0 \quad \rightarrow \quad IMg = CMg_2$$

Uniendo las dos condiciones anteriores: $IMg = CMg_1 = CMg_2$

Demanda: $P = 50 - 3(Q_1 + Q_2)$

Ingreso total: $IT = (50 - 3Q)Q = 50Q - 3Q^2$

Ingreso Marginal: $\frac{\partial IT}{\partial Q} = 50 - 6Q$

$IMg = CMg_1 = CMg_2$ → $50 - 6(Q_1 + Q_2) = 20 + 2Q_1 = 10 + 5Q_2$

De: $50 - 6(Q_1 + Q_2) = 20 + 2Q_1$

$$30 - 6Q_2 = 8Q_1$$
$$Q_1 = \frac{15 - 3Q_2}{4}$$

De: $50 - 6(Q_1 + Q_2) = 10 + 5Q_2$

$$40 = 6\left(\frac{15 - 3Q_2}{4}\right) + 11Q_2$$
$$40 = 3\left(\frac{15 - 3Q_2}{2}\right) + 11Q_2$$
$$80 = 45 - 9Q_2 + 22Q_2$$
$$35 = 13Q_2$$
$$Q_2 = 2{,}69$$

Entonces: $Q_1 = \frac{15 - 3(2{,}69)}{4} = 1{,}73$

3. Un monopolista se enfrenta a la siguiente curva de demanda: $P = 55 - 20Q$; donde Q es la cantidad demandada y P es el precio. Su costo variable medio es $CVMe = 5Q - 5$ y su costo fijo es 100.

a. ¿Cuáles son el precio y la cantidad maximizadota de beneficios? ¿Y los beneficios resultantes?

Demanda: $P = 55 - 20Q$

Ingreso total: $IT = P * Q = (55 - 20Q)Q = 55Q - 20Q^2$

Ingreso marginal: $IMg = 55 - 40Q$

$$CVMe = 5Q - 5;\ \ CF = 100 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} CT = CF + CVMe * Q \\ CT = 100 + 5Q^2 - 5Q \end{cases}$$

$$CMg = 2Q - 5$$

$$IMg = CMg \quad \rightarrow \quad 55 - 40Q = 10Q - 5$$

$$60 = 50Q$$

$$Q_m = 1{,}2$$

En la curva de demanda: $P_m = 55 - 20 * 1{,}2 = 31$

b. Suponga que el Estado introduce un impuesto de 5 soles por unidad producida. ¿Cuánto producirá el monopolista y cuáles serán sus beneficios?

Si el Estado establece un impuesto específico de *t* soles por unidad, el monopolista debe entregar *t* dólares al Estado por cada una de las unidades que vende. Por lo tanto, el costo marginal (y medio) de la empresa aumenta en la cuantía del impuesto *t*, con lo cual la decisión óptima de producción ahora viene dada por:

$$IMg = CMg + t$$

$$55 - 40Q = 10Q - 5 + 5$$

$$55 = 50Q$$

$$Q_m = 1{,}1$$

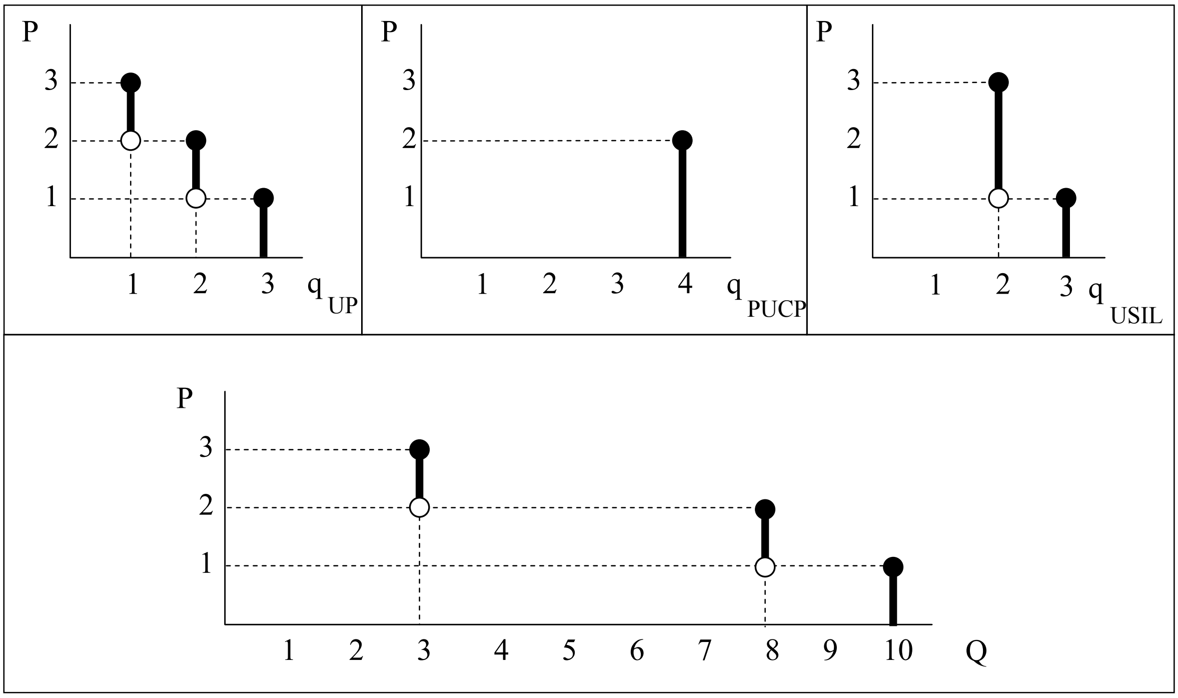
En la curva de demanda: $P_m = 55 - 20 * 1{,}1 = 33$

NOTA: Cuando se introduce un impuesto en una industria competitiva, el precio de mercado sube en una cuantía inferior a la del impuesto y se reparte entre consumidores y productores. Sin embargo, en el monopolio el precio puede subir a veces en una cuantía superior a la del impuesto.

4. Existen 3 universidades que necesitan un profesor durante el horario nocturno. Cierto profesor sabe que es el único que puede dictar clases durante las noches, y éste conoce lo siguiente acerca de las 3 universidades:
   - La UP necesita cubrir 3 horas por semana. Está dispuesta a pagar hasta 3 dólares por la primera hora, como máximo 2 dólares por la siguiente hora y hasta 1 dólar por una tercera hora.
   - La Católica (PUCP) necesita cubrir 4 horas semanales. Su precio de reserva es 2 dólares por cada hora.
   - La USIL pagaría hasta 3 dólares por cada una de las 2 primeras horas. Por una tercera hora adicional pagaría como máximo 1 dólar.

   a) Grafique las curvas de demanda de cada una de las 3 universidades. Grafique la curva de demanda agregada.

   Según la información brindada, se pueden graficar las 3 curvas de demanda individuales y la demanda agregada de la siguiente forma:



   b) Suponga que el CMg del profesor es constante e igual a 0.5 por hora. Si éste fuese un "perfecto discriminador" indique el número de horas que el profesor dedicaría a cada universidad y el monto total que les cobraría a cada una semanalmente.

Si el profesor es "perfecto discriminador", entonces negociará con cada universidad hasta extraerles sus excedentes completamente. Dado que su CMg es 0.5, estará dispuesto a dictar 3, 4 y 3 horas a la UP, PUCP y USIL, respectivamente.

Asimismo, cobrará lo siguiente:

A la UP	=	P*q	=	3*1 + 2*1 + 1*1	=	6 dólares.
A la PUCP	=	P*q	=	2*4	=	8 dólares.
A la USIL	=	P*q	=	3*2 + 1*1	=	7 dólares.

El ingreso total por semana del profesor será 6 + 8 + 7 = 21 dólares.

c) Halle el excedente del productor (por semana).

Su costo total es C = CMe * Q = 0.5 * 10 = 5 dólares.
El excedente del profesor es igual a beneficio.

Excedente = 21 – 5 = 16 dólares por semana.

5. La empresa de internet "Speedy" (monopolista) sabe muy bien que existen 2 tipos de consumidores: (i) los que navegan mucho, y (ii) los que navegan poco. El costo variable es cero. La empresa ha estimado que las funciones de demanda agregada de cada grupo son las siguientes:

$$P^M = 12 - 4\,Q^M$$

$$P^P = 12 - 3\,Q^P$$

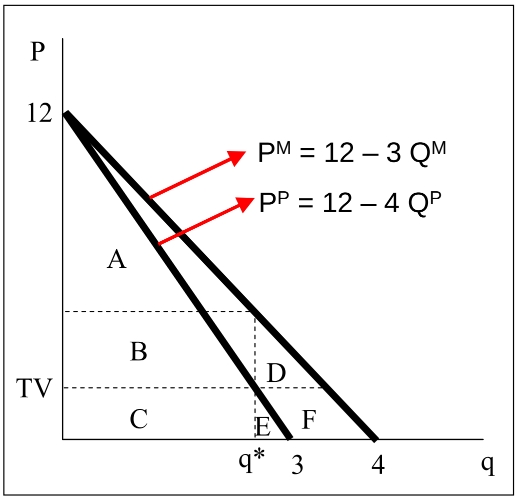
a) El monopolista lo contrata a usted y le pide que maximice los beneficios de la empresa discriminando el precio en primer grado. ¿Qué le respondería usted?

Para discriminar en primer grado sería necesario conocer la función de demanda de cada consumidor. Sin embargo, sólo se dispone de la función de demanda de 2 grupos de consumidores; por lo tanto, no es posible discriminar en primer grado.

b) Luego, usted les responde que sería posible discriminar en segundo grado utilizando el método de "tarifa en dos partes". Para ello, usted propone lo siguiente:
   - Para los que navegan poco, una tarifa fija + otra variable: $T^P = TF^P + TV*q$
   - Para los que navegan mucho, sólo una tarifa plana. $T^M = TF^M$.

   Calcule los niveles óptimos de las tarifas fijas y la tarifa variable, que maximizan el beneficio del monopolista. Grafique.

Gráficamente, se puede observar que existen dos tipos de consumidores:



La discriminación en segundo grado consiste en ofrecer dos planes tarifarios para que cada tipo de consumidor elija (o se autoseleccione) la que más le convenga.

En este caso se ha propuesto fijar dos tarifas.

- Para los que “navegan poco”: $T^P = TF^P + TV*q$
- Para los que “navegan mucho”: $T^M = TF^M$

<u>Los ingresos del monopolista:</u>

- De parte de los que “navegan poco”, el monopolista recibe dos ingresos: (i) la tarifa variable y la tarifa fija.
  El ingreso por la tarifa variable es igual al área C del gráfico.

  El ingreso por la tarifa fija debería ser igual a A + B, de modo que el monopolista pueda extraerle todo su excedente a este tipo de consumidor.

- De parte de los que “navegan mucho”, el monopolista recibe sólo un ingreso: la tarifa fija. El ingreso por la tarifa fija debería ser igual a A + B + C + E + D + F, de modo que el monopolista pueda extraerle el mayor excedente posible a este tipo de consumidor.

Nótese, que la Tarifa Variable y la Tarifa Fija dependen de la cantidad q*, la cual deberá hallarse de modo que el monopolista pueda maximizar su beneficio.

De lo mencionado anteriormente, puede plantearse la siguiente función de beneficio:

$$\pi = (A + B + C) + [A + B + C + D + E + F]$$

$$\pi = \left(\int_0^Q 12 - 4Q\right) + \left[\left(\int_0^Q 12 - 4Q\right) + \left(\int_Q^4 12 - 3Q\right)\right]$$

$$\pi = 2\left(\int_0^Q 12 - 4Q\right) + \left(\int_Q^4 12 - 3Q\right)$$

$$\pi = 2(12Q - 2Q^2)\Big|_0^Q + (12Q - 1.5Q^2)\Big|_Q^4$$

$$\pi = 24Q - 4Q^2 + [(12 * 4 - 1.5 * 4^2) - (12Q - 1.5Q^2)]$$

$$\pi = 12Q - 2.5Q^2 + 24$$

Para maximizar el beneficio:

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q} = 12 - 5Q = 0$$

$$Q = 2.5$$

Por lo tanto, la tarifa variable será:

$$TV = P^P = 12 – 4\ Q$$

$$TV = 12 – 4*2.5$$

$TV = 2$

La tarifa fija para los que navegan poco:

$\text{Tarifa total} = TF^P + TV*Q$

$$\left(\int_0^{2.5} 12 - 4Q\right) = TF^P + TV * Q$$

$$TF^P = \left(\int_0^{2.5} 12 - 4Q\right) - TV * Q$$

$$TF^P = \left(12Q - 2Q^2\right) - TV * Q$$

$$TF^P = \left(12 * 2.5 - 2(2.5)^2\right) - 2 * 2.5$$

$$TF^P = 12.5$$

La tarifa fija para los que navegan mucho:

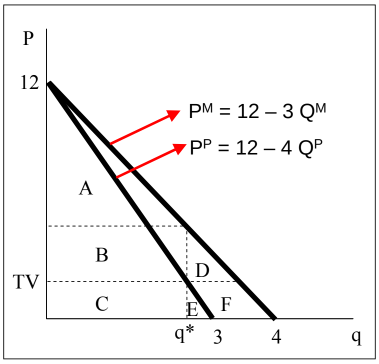
$$TF^M = \left(\int_0^{2.5} 12 - 4Q\right) + \left(\int_{2.5}^{4} 12 - 3Q\right)$$

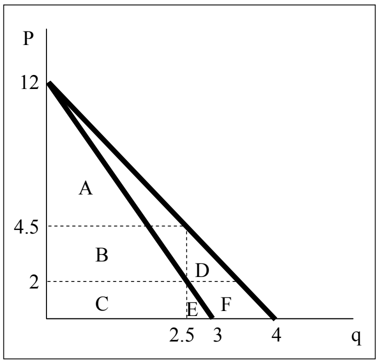
$$TF^M = 12(2.5) - 2(2.5)^2 + 12(4) - 1.5(4)^2 - 12(2.5) + 1.5(2.5)^2$$

$$TF^M = 4(2.5)^2 + 24 + 1.5(2.5)^2$$

$$TF^M = 20.875$$

Completando el gráfico anterior, se obtiene lo siguiente:


P
12
PM = 12 – 3 QM
PP = 12 – 4 QP
A
B
TV
D
C
E
F
q*
3
4
q


P
12
A
4.5
B
D
2
C
E
F
2.5
3
4
q