EJERCICIOS RESUELTOS

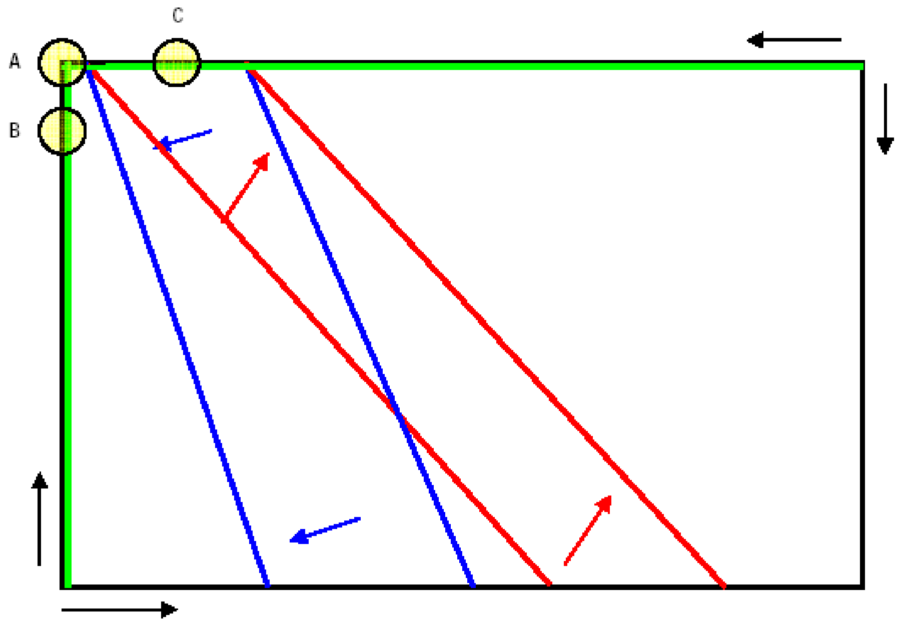
EJERCICIO 1:

Grafique la frontera de posibilidades de producción para dos bienes que tiene la siguiente función de producción:

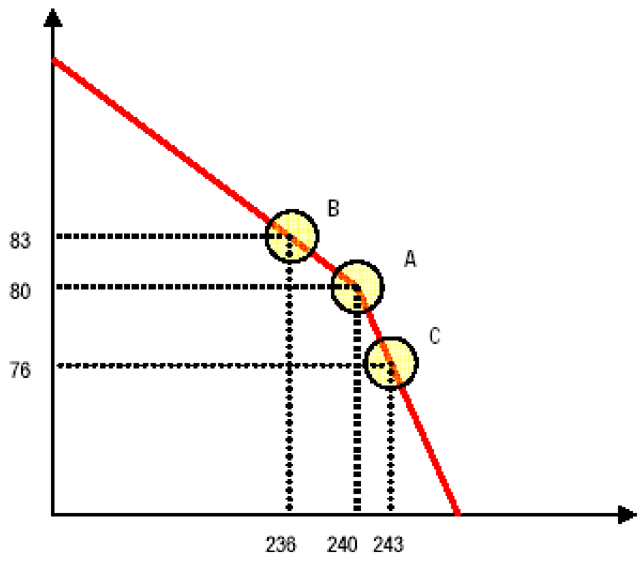
$$Y = 4L + 3K; \quad X = 3L + 4K$$

Además, en este caso se cuenta con dotaciones de L y K: L = 20 y K = 60.

Rpta a)



En el Pto A:
X = 4K = 4(60) = 240
Y = 4L = 4(20) = 80
En el Pto B:
X = 4(59) = 236
Y = 4(20) + 3(1) = 83
En el Pto C:
X = 4(60) + 3(1) = 243
Y = 4(19) = 76



EJERCICIO 2:

En una economía de intercambio puro, en la que existen dos bienes (x e y) y dos consumidores (A y B), las funciones de utilidad son:

$$U_A(x,y) = \alpha LnX_A + (1-\alpha)LnY_A$$
$$U_B(x,y) = MIN(X_B, Y_B)$$

El consumidor A posee una dotación inicial de una unidad de Y y el consumidor B, de una de X.

a. Halle los precios relativos y las demandas de equilibrio

Rpta.-

Para el consumidor A, éste maximiza su utilidad dada la restricción que enfrenta. Esto lo efectúa de la siguiente manera:

$$\underset{x,y}{MAX}\ U_A(x,y) = \alpha LnX_A + (1-\alpha)LnY_A$$
$$\text{s.a.}\quad P_y = X_A P_x + Y_A P_y$$

Ejecutando el lagrangiano, se obtiene:

$$L_A(X,Y,\lambda) = \alpha LnX_A + (1-\alpha)LnY_A + \lambda_A(P_y - X_A P_x - Y_A P_y)$$

Dicha función se deriva con respecto a cada una de las variables que la definen y el resultado se iguala a cero. La resolución del sistema generado mediante este procedimiento permite hallar las demandas óptimas de los bienes X e Y para el consumidor A

$$(X^*_A, Y^*_A) = (\frac{\alpha P_y}{P_x}, 1 - \alpha)$$

Para el consumidor B los bienes X e Y son perfectamente complementarios. Por esta razón, su consumo debe realizarse en proporciones fijas (en este caso idénticas para ambos bienes), de modo que no se desperdicie recurso alguno

$$X_B = Y_B$$

Una vez reemplazada esta condición en la restricción presupuestaria que enfrenta el consumidor y que es igual a:

$$P_x = X_B P_x + Y_B P_y$$

Se obtiene que la canasta de consumo óptima de consumo para el agente B viene dada por:

$$(X^*_B, Y^*_B) = (\frac{P_x}{P_x + P_y}, \frac{P_x}{P_x + P_y})$$

Para que el mercado esté en equilibrio es preciso que se agote la disponibilidad de recursos en la economía. Es decir, que la demanda total sea igual a la oferta total (dotación de recursos). Por ejemplo, para el bien Y debe cumplirse que la suma de las demandas de ambos agentes sea igual a la dotación total del recurso, es decir, a uno:

$$1 = 1 - \alpha + \frac{P_x}{P_x + P_y}$$

A partir de la ecuación anterior es posible despejar el ratio de precios que permite que la economía se equilibre:

$$\frac{P_x}{P_y} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

b. ¿Entre qué valores puede encontrarse la constante α ?

Rpta.-

Dado que ninguno de los dos precios puede aceptar valores negativos, el ratio de precios de ambos bienes es necesariamente positivo. De esta manera, se puede plantear la siguiente inecuación:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} > 0$$

A partir de este planteamiento, se puede inferir que la constante alfa de estar entre cero y uno para asegurar el cumplimiento de la restricción anterior.

EJERCICIO 3:

La función de demanda inversa en una industria con un bien homogéneo es P = 70 – Q. Solo hay dos empresas operando en el mercado con un costo marginal constante e igual a 10.

a. Si la competencia se realiza vía cantidades, halle el precio de equilibrio y la producción total de la industria.

Rpta.-

Se plantea la función de beneficios para cada empresa

Empresa 1:

$$\text{Max} \quad \pi_1 = (70 - q_1 - q_2)q_1 - 10q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 70 - 2q_1 - q_2 \quad 10 = 0$$

$$q_1 = \frac{60 - q_2}{2} \rightarrow \text{ función de reacción1}$$

Empresa 2:

$$\text{Max} \quad \pi_2 = (70 - q_1 - q_2)q_2 - 10q_2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 70 - 2q_2 - q_1 - 10 = 0$$

$$q_2 = \frac{60 - q_1}{2} \rightarrow \text{ función de reacción2}$$

Reemplazando la función de reacción 1 en la función de reacción 2:

$$q^{c}_{1} = 20 \quad \wedge \quad q^{c}_{2} = 20$$
$$P^{c} = 30$$
$$\pi^{c}_{1} = 400$$
$$\pi^{c}_{2} = 400$$

b. Halle el resultado de colusión.

Rpta.-

Si solo una de las empresas se aleja del resultado de colusión (empresa 2, p.e), entonces maximizará de la siguiente manera:

$$\text{Max} \quad \pi_2 = (70 - 15 - q_2)q_2 - 10q_2$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 55 - 2q_2 - 10 = 0$$
$$q^{M}_{1} = 15$$
$$q^{D}_{2} = 22.5$$
$$P^{D} = 32.5$$
$$\pi^{D}_{1} = 337.5 = (32.5 - 10)15$$
$$\pi^{D}_{2} = 506.25$$

Con estos valores, podemos hallar la representación estratégica del juego simultáneo:

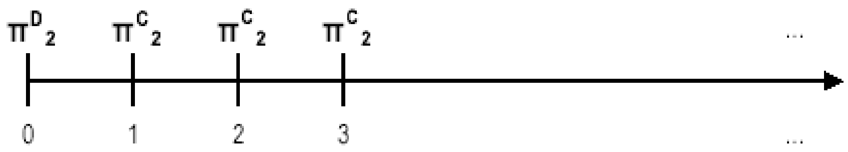
		Empresa 2	
		Coludirse	Desviarse
Empresa 1	Coludirse	(450; 450)	(337.5; <u>506.25</u>)
	Desviarse	(<u>506.25</u>; 337.5)	(<u>400</u>; <u>400</u>) E.N

Dado que en este caso estamos hablando de un juego repetido "infinito" (no se sabe cuando va a acabar)

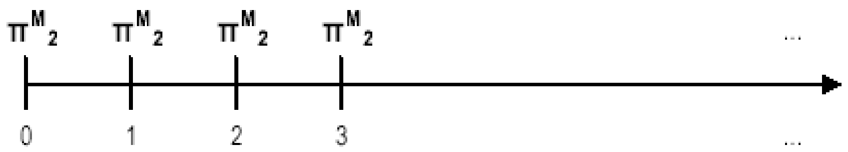
Un juego repetido se juega de forma simultánea en cada periodo. En este caso, asumimos que en el primer periodo la empresa 2 se desvía. Con ello, el resultado que obtendrá en los siguientes periodos la empresa 2 es el de Cournot.

De esta manera, para que la empresa 2 se desvíe tendrá que evaluar los beneficios descontados de desviarse en el primer periodo con los resultados de Cournot en los periodos siguientes versus el resultado de coludirse. Así pues:

Desviarse



Coludirse



El factor de descuento es el mismo para ambas empresas y es igual a:

$$\delta = \frac{1}{1+r}$$

Trayecto ambos flujos a valor presente:

$$\pi^D{}_2 + \delta\pi^C{}_2 + \delta^2\pi^C{}_2 + \delta^3\pi^C{}_2 + \ldots = \pi^D{}_2 + \pi^C{}_2\left[\delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots\right] = \pi^D{}_2 + \frac{\delta\pi^C{}_2}{1-\delta}$$

$$\pi^M{}_2 + \delta\pi^M{}_2 + \delta^2\pi^M{}_2 + \delta^3\pi^M{}_2 + \ldots = \frac{\pi^M{}_2}{1-\delta}$$

Si conviene coludirse a la empresa 2, tiene que cumplirse que:

$$\frac{\pi^M{}_2}{1-\delta} > \pi^D{}_2 + \frac{\delta\pi^C{}_2}{1-\delta}$$

Reemplazando los valores de los beneficios de la empresa 2 en la ecuación anterior:

$$\frac{450}{1-\delta} > 506.25 + \frac{\delta 400}{1-\delta}$$

Para que convenga coludirse, el factor de descuento tendrá que ser mayor a 1. Esto implica que para que la empresa se coluda, la tasa de descuento tiene que ser menor a cero. Por lo tanto, la empresa no se colude.