

EFFECTO DEL SISTEMA PRIVADO DE PENSIONES  
SOBRE EL MERCADO DE CAPITALES EN EL PERÚ



---

EFECTO DEL SISTEMA PRIVADO  
DE PENSIONES SOBRE EL MERCADO  
DE CAPITALES EN EL PERÚ

---

Marola Castillo Quinto  
Freddy Rojas Cama



CIES  
consorcio de investigación  
económica y social



Banco Central de Reserva del Perú

© Consorcio de Investigación Económica y Social, CIES  
Antero Aspíllaga 584, El Olivar, Lima 27, Perú  
Telefax [51-1] 421-8082, 421-7968, 442-0463  
<[www.cies.org.pe](http://www.cies.org.pe)>

© Banco Central de Reserva del Perú  
Av. Miró Quesada 441  
Lima  
Teléfono [51-1] 613-2000  
<[www.bcrp.gob.pe](http://www.bcrp.gob.pe)>

Edición: Lima, setiembre de 2007  
Corrección de estilo: Armando Bustamante Petit  
Arte de carátula: Julissa Soriano  
Impreso por Nova Print S.A.C.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2007- 08659  
ISBN 9972-804-76-2

El Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES) está conformado por más de treinta instituciones de investigación o docencia y cuenta con el auspicio de la Agencia Canadiense para el Desarrollo Internacional (ACDI), el Centro Internacional de Investigaciones para el Desarrollo (IDRC) y otras fuentes de cooperación.

Esta investigación se desarrolló en el marco de los Concursos de Proyectos de Investigación realizados por el Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES) con el auspicio del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP).

El CIES y el BCRP no comparten necesariamente las opiniones vertidas en el presente libro, que son responsabilidad exclusiva de sus autores.

# Contenido

|   |    |
|---|----|
| PRESENTACIÓN  | 9  |
| INTRODUCCIÓN  | 13 |
| 1. EL SISTEMA PRIVADO DE PENSIONES PERUANO                          | 17 |
| 2. IMPACTO DE LAS AFP SOBRE EL MERCADO DE CAPITALES                 | 23 |
| 3. CUANTIFICANDO EL EFECTO DEL SPP SOBRE<br>EL MERCADO DE CAPITALES | 27 |
| 3.1. Metodología  | 27 |
| 3.2. Teoría del ciclo de vida y asignación óptima                   | 28 |
| 3.3. Modelo teórico   | 30 |
| 3.4. Renta laboral  | 32 |
| 3.5. Solución del modelo  | 32 |
| 3.6. Estimación de la aversión al riesgo                            | 37 |
| 3.7. Perfiles de ingreso y de consumo                               | 40 |
| 4. ESTIMACIÓN DE PORTAFOLIOS EFICIENTES                             | 47 |
| 4.1. Valor al Riesgo vía programación lineal                        | 47 |
| 4.2. Preferencias cuadráticas                                       | 49 |
| 4.3. Datos para la estimación de los portafolios                    | 49 |
| 4.4. Estimación del portafolio contrafactual                        | 51 |
| 4.5. Portafolios eficientes   | 51 |
| 5. CONCLUSIONES   | 65 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS  | 69 |

|  |    |
|--|----|
| ANEXOS   | 75 |
| 1. Sistema de Pensiones Peruano  | 75 |
| 2. Comparación internacional entre fondos de pensiones                                       | 77 |
| 3. Características de los datos en la Encuesta Nacional de Niveles de Vida 1994, 1997 y 2000 | 78 |
| 4. Estimaciones con la Encuesta Nacional de Niveles de Vida 1994, 1997 y 2000                | 85 |
| 5. Descripción del algoritmo para obtener portafolios óptimos en un Modelo de Ciclo de Vida  | 89 |
| 6. Calibración del Modelo de Portafolio Óptimo y de Ciclo de Vida.                           | 90 |
| 7. Reglas óptimas de consumo y portafolio  | 92 |
| 8. Retornos de activos   | 94 |

# Presentación\*

---

La creación del Sistema Privado de Pensiones (SPP) en 1993 tuvo por objetivo establecer un sistema previsional sostenible, fortalecer el mercado de capitales y otorgar a los afiliados pensiones de acuerdo a sus contribuciones. La interacción entre el SPP y el mercado de capitales no solo trae consigo mayores fondos de inversión, sino también la generación de un círculo virtuoso.

La discusión del efecto del sistema de fondos privado sobre el mercado de capitales es básicamente cualitativa y el consenso indica que existe un impacto significativo y positivo. En todas estas discusiones, la regulación sobre los fondos de pensiones no está considerada. En realidad, existe una regulación que restringe las preferencias por riesgo de la población de afiliados sin tomar en cuenta el horizonte de inversión. No hay duda acerca de la premisa que postula que la regulación existe para proteger a los afiliados, aunque esta no está exenta de costos.

\* Los autores desean agradecer a Rómulo Chumacero E. por las valiosas ideas y sugerencias sin las que este estudio no hubiese sido posible. También se agradece a Carlos Machicado (Universidad de Chile) y a Alberto Humala (BCRP) por los comentarios hechos a versiones preliminares del documento. Asimismo, el agradecimiento es extensivo a los que participaron en la presentación final del proyecto CIES-BCRP, realizado el 24 de julio en Lima, Perú. También se valoran los comentarios recibidos en el Encuentro de Economistas de Chile (SECHI 2006, La Serena). Cualquier error es responsabilidad única de los autores. Los autores también agradecen el financiamiento del Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES) para la realización del presente proyecto de investigación.

El presente documento cuantifica el efecto de los fondos de pensiones privados sobre el mercado de capitales mediante una nueva metodología basada en portafolios eficientes y en preferencias sobre el ciclo de vida. En un análisis contrafactual se asume que los agentes no sufren de miopía y que tienen conocimiento de las técnicas financieras para la asignación eficiente de sus fondos entre activos riesgosos y no riesgosos. Los portafolios actuales de las AFP no son necesariamente eficientes debido a los diferentes grados de aversión que enfrentan los afiliados durante el ciclo de vida. En realidad, ellos cuentan con suficiente información para tomar decisiones eficientes ya que solo ellos conocen sus propias preferencias. La metodología tiene como fin calcular el costo de la regulación en términos de asignación de portafolio cuando el afiliado es libre de elegirlo. Un costo cero es posible cuando las preferencias contrafactuales por riesgo y por retorno -en términos promedio- son iguales a las preferencias observadas por la AFP.

Un modelo teórico de portafolios es desarrollado para demostrar que las decisiones de inversiones óptimas dependen de la naturaleza del ingreso esperado y de la edad del afiliado. El modelo implica que los individuos maximizan sobre su horizonte de vida según sus diferentes actitudes frente al riesgo. La razón consumo-ingreso laboral es la medida de aversión al riesgo calculada a partir de la Encuesta Nacional de Hogares sobre la Medición de Niveles de Vida (ENNIV) para los años de 1994, 1997 y 2000. Posteriormente, se construye fronteras condicionales al riesgo. Estas curvas -en su conjunto- determinan una frontera eficiente de inversión durante el ciclo de vida. Las fronteras son obtenidas a partir de la solución de un problema restringido de programación lineal donde se maximiza el retorno esperado penalizado por la varianza del portafolio.

Los precios representativos para la construcción de los portafolios fueron aproximados de la siguiente manera: el Índice General de Precios de la Bolsa de Valores de Lima (IGVBL) fue usado como medida del retorno variable de instrumentos locales. En el caso de la renta fija local, se consideró la tasa de interés de los certificados de depósitos del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) con madurez de un año. Para el retorno variable en el extranjero, el precio de referencia fue el índice industrial Dow Jones y para el retorno fijo de instrumentos en el extranjero se utilizó el retorno de los bonos del tesoro de EE.UU. con madurez de un año.



Los portafolios eficientes durante el ciclo de vida muestran que individuos más jóvenes y con mayores ingresos desean realizar una mayor inversión en instrumentos de renta variable local a comparación de los que perciben un menor nivel de ingreso. Cerca al período de jubilación, los afiliados desean invertir una proporción cada vez más pequeña de sus fondos en este instrumento. En el caso de la inversión en instrumentos de renta fija, las AFP sobreestiman las preferencias de inversión de todos los afiliados de manera independiente a su edad y a su nivel de ingreso. Por otro lado, existe una fuerte demanda cautiva por instrumentos emitidos en el exterior, especialmente en el segmento de afiliados jóvenes y con menores ingresos. Además, las estimaciones sugieren que los afiliados con un alto nivel de ingresos desearían invertir una mayor proporción de sus fondos en instrumentos emitidos en el exterior solo al inicio y al final del período laboral. En general, se puede constatar que las asignaciones obtenidas de acuerdo al modelo de ciclo de vida se acercan bastante a las registradas por la AFP para la cohorte próxima a retirarse.

La distribución del número de afiliados por tipo de ingreso y tramo de edad sirve como un ponderador en la suma de las diferencias entre asignaciones (AFP vs. eficiente). Esta suma ponderada es un indicador de demanda cautiva por instrumento. En resumen, los afiliados se concentran en el segundo y en el tercer tercil de ingresos y se caracterizan por pertenecer a la cohorte más joven. Los estimados de demanda cautiva sugieren que la asignación de la inversión en instrumentos de renta variable en el mercado local no es muy diferente de la eficiente, lo que significa que, en términos promedio, la AFP asigna los recursos según las preferencias de la población de afiliados. En el caso de activos de renta fija, existe un exceso de inversión alrededor de 3,5 puntos porcentuales. Las estimaciones sugieren que en el caso de instrumentos emitidos en el exterior existe una subestimación en la inversión de portafolio de la AFP. Cuantitativamente, esta diferencia se ubica entre 2,4 y 4 puntos porcentuales.

Es claro que las diferencias entre las asignaciones no son muy significativas. Estas diferencias fácilmente pueden ser cubiertas y, así, garantizar que los recursos están siendo asignados eficientemente en términos promedio. El caso de la inversión en instrumentos emitidos en el exterior claramente involucra definir por lo menos 2,4 puntos porcentuales arriba. Esto no es problema dado que consecutivamente los reguladores han ampliado este límite, el que, en la actualidad, llega a 10,5%. En resumen, se puede concluir que la regulación sobre el Sistema Privado de Pensiones ha tenido

un efecto positivo al no distorsionar las asignaciones de inversión de las AFP y, por tanto, a la fecha, el portafolio de pensiones privado tiene una distribución eficiente que representa, en promedio, las preferencias de los afiliados.

*Marola Castillo Quinto*<sup>\*\*</sup>

*Freddy Rojas Cama*<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*\*</sup> Doctora en Economía. Universidad de Chile. E-mail: mcastile@facea.uchile.cl.

<sup>\*\*\*</sup> Magíster en Economía. Desarrolló El efecto del Sistema Privado de Pensiones sobre el mercado de capitales. E-mail: freddy@iadb.org; fcrojas@fen.uchile.cl.

# Introducción

El mercado de capitales peruano comenzó a dinamizarse debido a las reformas emprendidas a inicios de los años noventa. La nueva normativa mejoró la eficiencia de la Bolsa de Valores al incentivar la institucionalidad, la competencia y la transparencia en la información. Asimismo, las reformas de segunda generación permitieron introducir nuevos instrumentos y mecanismos de inversión. Los fondos previsionales fueron una pieza clave en el desarrollo del mercado pues permitieron financiar una parte importante de los nuevos proyectos de inversión. El impacto de la reforma fue significativo y los indicadores bursátiles mostraron desde 1991 un crecimiento sostenido. Es indudable que el mercado de capitales ha tenido un buen desempeño en los años noventa, ayudado por un entorno macroeconómico favorable.

La creación del Sistema Privado de Pensiones (SPP) en 1993 tuvo por objetivo establecer un sistema previsional sostenible, fortalecer el mercado de capitales y otorgar a los afiliados pensiones de acuerdo a sus contribuciones. El SPP está creando un volumen importante de recursos para financiar proyectos de mediano y largo plazo, los que, a su vez, fortalecen el flujo de inversión. Por su parte, la regulación contribuye protegiendo los fondos previsionales mediante la imposición de límites de inversión y el cumplimiento de una garantía de rentabilidad mínima sobre las inversiones. Por otro lado, la escasa participación de la población económicamente activa en el sistema privado, principalmente en el segmento informal e independiente, además de la baja cotización de la población afiliada, son temas de agenda que el mercado no ha solucionado.

La interacción entre el SPP y el mercado de capitales no solo trae consigo mayores fondos de inversión, sino también la generación de un círculo virtuoso. En teoría, el nuevo flujo de recursos financieros incrementaría el ahorro nacional y estimularía la oferta de nuevos instrumentos bajo diferentes plazos. El exceso de liquidez sería absorbido por los nuevos emisores de deuda y las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) diversificarían sus portafolios al buscar combinaciones eficientes de riesgo y de retorno. El costo de financiamiento sería menor y esto, a su vez, motivaría una mayor inversión en el mercado. El ingreso de nuevos fondos incrementaría los requerimientos de información y de transparencia. Cada piedra angular en este círculo virtuoso permite que el mercado de capitales obtenga profundidad, transparencia en la información manejada y bienestar para los participantes. La evidencia empírica sobre la fortaleza de este círculo virtuoso es reducida, por lo que se necesita mayor investigación al respecto.

La discusión del efecto del sistema de fondos privado sobre el mercado de capitales es básicamente cualitativa y el consenso indica que existe un impacto significativo y positivo. El incremento de los requerimientos de información y de transparencia, así como también la mayor oferta de fondos de largo plazo, son los efectos más citados. Estas conclusiones no son sorprendentes si se piensa que existen agentes racionales que demandan información o que estos efectos provienen de la propia reforma de pensiones. En términos cuantitativos, el análisis *ex post* se ha focalizado en la profundidad financiera, pero este enfoque deja de lado el tema de la regulación y, por tanto, el análisis es limitado. Por otra parte, algunos estudios evalúan si la reforma produjo un mayor ahorro en la economía y concluyen que el impacto ha sido limitado por la situación fiscal. En todas estas discusiones, la regulación sobre los fondos de pensiones no ha sido considerada. En realidad, existe una regulación que restringe las preferencias por riesgo de la población de afiliados sin tomar en cuenta el horizonte de inversión. No hay duda acerca de la premisa que postula que la regulación existe para proteger a los afiliados, pero esta no está exenta de costos. En el mercado de capitales, los inversionistas quieren obtener las mejores combinaciones de retorno y de riesgo condicional a sus preferencias. Si las asignaciones estuviesen restringidas o parcialmente permitidas, el impacto de los nuevos fondos de inversión sobre el mercado de capitales sería limitado, es decir, solo ciertos instrumentos serían desarrollados, lo que llevaría a un deficiente desarrollo del resto del mercado de valores. Estas implicancias motivan el presente trabajo de investigación.

En este documento se cuantifica el efecto de los fondos privados de pensiones sobre el mercado de capitales mediante una nueva metodología basada en portafolios eficientes y en preferencias sobre el ciclo de vida. En un análisis contrafactual se asume que los agentes no sufren de miopía y que tienen conocimiento de las técnicas financieras para la asignación eficiente de sus fondos entre activos riesgosos y no riesgosos. Lo anterior es equivalente a decir que la AFP propone a sus afiliados diferentes portafolios tomando en cuenta la edad y el ingreso. Los portafolios actuales de las AFP no son necesariamente eficientes debido a los diferentes grados de aversión que enfrentan los afiliados durante el ciclo de vida. En realidad, estos últimos cuentan con suficiente información para tomar decisiones eficientes ya que solo ellos conocen sus propias preferencias. La metodología tiene como fin calcular el costo de la regulación en términos de asignación de portafolio cuando el afiliado es libre de elegirlo. Un costo cero es posible cuando las preferencias contrafactuales por riesgo y por retorno -en términos promedio- son iguales a las preferencias observadas por la AFP. La metodología es útil también para identificar las oportunidades de inversión y el tamaño de la demanda cautiva por instrumentos que han sido restringidos o limitados. El análisis toma en cuenta el caso peruano.

Se desarrolla un modelo teórico de portafolios de inversión para demostrar que las decisiones de inversiones óptimas dependen de la naturaleza del ingreso esperado y de la edad del afiliado. El modelo muestra que los individuos son capaces de maximizar sobre su horizonte de vida según sus diferentes actitudes frente al riesgo. Se utiliza la Encuesta Nacional de Hogares sobre la Medición de Niveles de Vida (ENNIV) para obtener perfiles de ingreso y de consumo del hogar, los que sirven de base para la construcción de una medida de aversión al riesgo. Esta medida está afectada por la edad, el nivel de educación, el número de personas en el hogar y por el área geográfica. Además, los efectos cohortes y año también son considerados en el análisis. Posteriormente, se utilizan técnicas financieras para construir un portafolio entre activos riesgosos y no riesgosos en el mercado local y extranjero.

El documento está organizado principalmente en cinco secciones. La primera sección analiza el proceso de evolución del sistema de pensiones peruano, así como la regulación en las inversiones. La segunda sección revisa la evidencia empírica sobre la estimación del impacto de los fondos de pensiones sobre el mercado de capitales. La tercera explica la metodología basada en portafolios eficientes y en el modelo de ciclo de

vida. Además, en esta sección se explica el uso de datos a nivel familia y se realiza la estimación de los perfiles de consumo y de ingreso. En la cuarta sección los portafolios eficientes son estimados y se discute los resultados, mientras que, por último, en la quinta sección se plantea las conclusiones y hallazgos y se discute algunos tópicos de investigación a futuro.

# 1. El Sistema Privado de Pensiones peruano

En 1993 el gobierno peruano decidió reformar el sistema de pensiones y para ello creó el sistema de capitalización individual bajo una administración privada especializada. La creación del SPP persiguió los siguientes objetivos: establecer un sistema sólido de pensiones, fortalecer el mercado de capitales, mejorar la disciplina fiscal y crear un sistema previsional que reduzca la diferencia entre las contribuciones y las pensiones recibidas por los trabajadores. La reforma fue necesaria debido a la bancarrota del Sistema Nacional de Pensiones (SNP). El sistema de reparto seguía siendo vulnerable a los cambios demográficos en la población económicamente activa y, por otro lado, los desbalances producidos por las leyes populistas afectaron significativamente la disciplina fiscal. Tiempo después de la reforma de 1993 los resultados no fueron los esperados. La tasa de crecimiento de las afiliaciones fue baja debido a ciertas limitaciones en la implementación del SPP<sup>1</sup>. Por esta razón, el gobierno peruano hizo algunas modificaciones en el sistema de pensiones, que tuvieron como fin desincentivar el número de afiliaciones al SNP. De acuerdo a Muñoz (2000), en 1995 las principales modificaciones a la reforma inicial fueron: a) la igualación de los costos de permanencia para los trabajadores en ambos sistemas, b) la implementación del sistema de traspasos de afiliados entre AFP, c) la eliminación de la contribución de 1% de la remuneración asegurable como contribución de solidaridad al Instituto

---

1 Ver Morris (1999) para detalles sobre las limitaciones y los problemas en el Sistema Privado de Pensiones peruano.

Peruano de Seguridad Social (IPSS), d) la reducción del aporte al SPP de 10% de la remuneración a 8% y e) el incremento del aporte al SNP de 9% de la remuneración bruta a 11%. Desde 1996, se han realizado otras tantas modificaciones, entre las que destacan<sup>2</sup>: a) el incremento del costo de traspaso entre AFP de 40 a 80 Nuevos Soles, b) el establecimiento de un plazo de diez días para que los trabajadores no afiliados puedan escoger el régimen previsional (SPP o SNP), c) la posibilidad de que la AFP pueda cobrar comisiones diferenciadas a sus afiliados con el fin de promover su lealtad (los descuentos estaban en función del tiempo y la regularidad de las aportaciones), d) la jubilación anticipada para afiliados que trabajan en condiciones de riesgo, e) el establecimiento de la pensión mínima, f) el establecimiento del régimen especial de jubilación para los desempleados y g) los progresos en la eficiencia del sistema de traspasos. Esto último no fue exitoso ya que todas las AFP ofrecen similares planes de inversión, lo que está relacionado con el efecto “rebaño”<sup>3</sup>.

En términos de la composición de portafolios, las AFP han alcanzado portafolios más diversificados desde el nacimiento del sistema privado<sup>4</sup>. El gráfico 1-1 muestra la composición de portafolios por instrumentos desde 1993 hasta 2005. En un principio, las inversiones fueron en su mayoría asignadas hacia la deuda pública y los depósitos –entre 30% y 60%, respectivamente-. Posteriormente, la inversión en activos y en bonos corporativos ha llegado a ser importante en el portafolio y la inversión en el exterior ha crecido significativamente desde el año 2000. En términos de regulación, el sistema de pensiones se basó en restricciones cuantitativas, en ciertos instrumentos emisores y en la localización geográfica de las inversiones. Sin embargo, el gráfico 1-2 muestra que los límites de inversión solo tienen sentido en el caso de la inversión en el extranjero y en instrumentos de renta variable<sup>5</sup>. De hecho, la brecha entre el límite global y el observado se ha incrementado para los bonos de tipo privado, subordinado, hipotecario y financiero. Adicionalmente, la ley peruana estableció una garantía de

2 Ver Paz y Ugaz (2003) para mayores detalles.

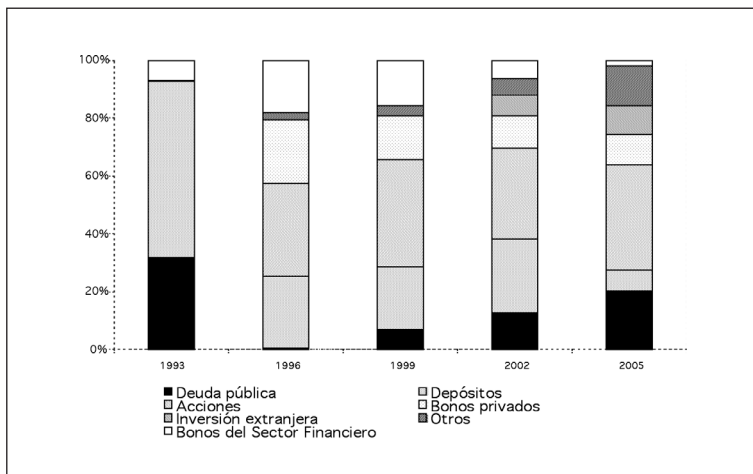
3 Ver Núñez (2004) para una explicación y evidencia empírica del comportamiento “rebaño” de las AFP en Chile.

4 La asignación de portafolio es similar al registrado en economías desarrolladas como EE.UU., Canadá y Dinamarca (ver gráfico 5 en los Anexos).

5 Solo en el caso de la inversión en el exterior los límites fueron flexibilizados (ver gráficos 3 y 4 en los Anexos).

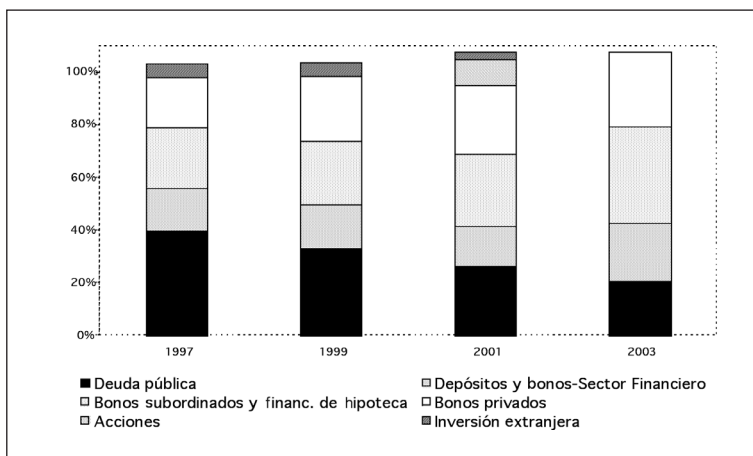


Gráfico 1-1  
PORTAFOLIO DE INVERSIÓN DEL FONDO DE PENSIONES  
(Estructura porcentual)



Fuente: Boletín Informativo Mensual - Superintendencia de Banca y Seguros (SBS).

Gráfico 1-2  
HOLGURA EN LA INVERSIÓN DEL FONDO DE PENSIONES  
(Diferencia porcentual entre el límite operativo y el porcentaje observado)



Fuente: Boletín Informativo Mensual - SBS.

rentabilidad mínima, la que está asociada al funcionamiento de cada AFP versus el promedio alcanzado por la industria.

La regulación existente ha sido eficaz para proteger a los afiliados del problema agente-principal y no cabe duda de que existe una ganancia en el bienestar de los afiliados.

Desde el principio, los indicadores del SPP han mostrado un crecimiento importante. El fondo cuenta con 3,6 millones de afiliados a diciembre de 2005, cifra significativa si se compara con los 961.000 afiliados en 1994. Asimismo, durante el mismo período, los fondos manejados por las AFP se incrementaron de 261 millones a 9,4 mil millones<sup>6</sup> de dólares americanos. De acuerdo a la SBS, la penetración sigue siendo baja, mientras que la proporción de afiliados con respecto a la población económicamente activa se encuentra alrededor de 36%. Esta característica está extendida en todos los países que adoptaron las cuentas de capitalización individual como mecanismo de cobertura previsional. Es importante mencionar que hay un segmento de la población que se encuentra al margen del sistema de pensiones. Particularmente, el SPP no ha sido exitoso en incorporar a los trabajadores independientes e informales.

Al inicio, la industria de las pensiones estuvo constituida por ocho AFP, donde las tres primeras representaban el 72% del fondo. En la actualidad, solo operan cinco AFP (Horizonte, Integra, Unión Vida, Profuturo y Prima<sup>7</sup>). En este caso, las tres primeras administradoras representan el 82% del fondo. En términos de número de afiliados, a excepción de Prima, las AFP comparten equitativamente el mercado de la industria (ver cuadro 1-1).

El retorno real del fondo fue incrementándose durante 2005, mientras que el retorno promedio para los primeros nueve meses de este último año fue de 9,8%. En enero de 2004 se alcanzó un máximo histórico de 22,2% de retorno anual. En el pasado, el declive del retorno fue acentuado en el año 2000 y se extendió hasta mediados de 2001, fecha en la que mayores retornos fueron obtenidos (ver gráfico 1-3). El valor de la cuota<sup>8</sup>

---

6 Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros (Perú).

7 La AFP Prima inició sus operaciones a fines de 2005.

8 Las inversiones están estimadas sobre el valor de mercado de los instrumentos. La valorización es reflejada en el valor cuota de cada AFP. Esto permite que los afiliados evalúen la administración del portafolio de inversión y puedan compararlo, así, con el resto de la industria.

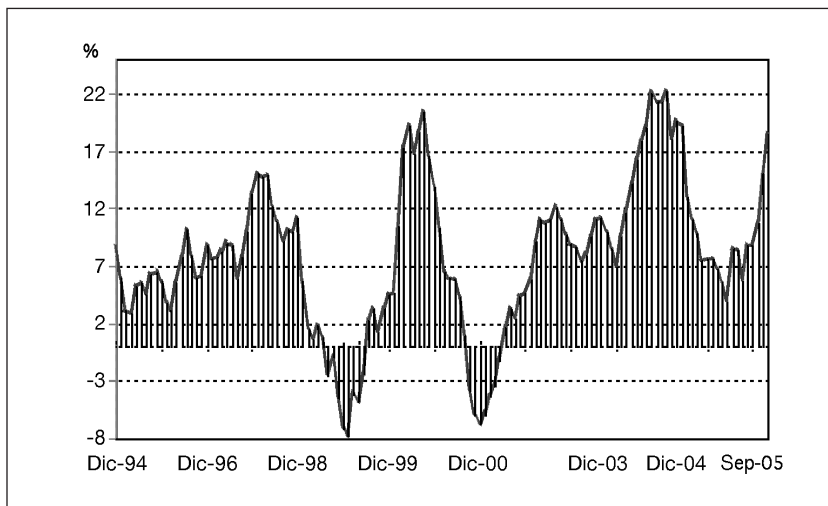
Cuadro 1-1  
TAMAÑO DEL SISTEMA PRIVADO DE PENSIONES

| AFP        | Afiliados |      | Portafolio              |      |
|------------|-----------|------|-------------------------|------|
|            | Miles     | %    | Millones <sup>(*)</sup> | %    |
| Horizonte  | 956,5     | 26,3 | 8.214                   | 25,2 |
| Integra    | 944,0     | 26,0 | 10.263                  | 31,5 |
| Unión Vida | 825,0     | 22,7 | 8.081                   | 24,8 |
| Profuturo  | 859,5     | 23,6 | 5.140                   | 15,8 |
| Prima      | 51,9      | 1,4  | 876                     | 2,7  |
| Total      | 3.636,9   | 100  | 32.574                  | 100  |

Fuente: Boletín Mensual Informativo SBS. Diciembre de 2005.

(\*) En Nuevos Soles.

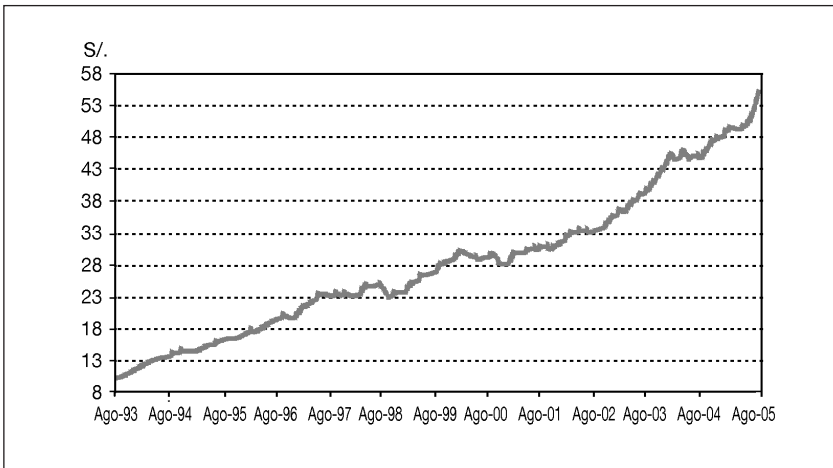
Gráfico 1-3  
RETORNO DEL FONDO DE PENSIONES  
(En términos anuales)



Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros (Perú).  
Elaboración propia.

se ha incrementado desde el principio del sistema privado de pensiones. Esto significa que las ganancias de las inversiones en el mercado de capitales han sido positivas y crecientes (ver gráfico 1-4).

Gráfico 1-4  
VALOR CUOTA



Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros (Perú).

## 2. Impacto de las AFP sobre el mercado de capitales

La transición de un sistema de reparto hacia un sistema de capitalización individual ha sido muy costosa de acuerdo a la experiencia internacional, pero se espera que la reforma produzca ganancias en el mediano y en el corto plazo sobre el mercado financiero. La reforma de pensiones fue implementada con la idea de que las AFP puedan contribuir a la creación de nuevos instrumentos financieros. Así, la composición del portafolio de inversión sería más diversificada, lo que ayudaría a compensar riesgos. Esto está relacionado con la creación del círculo virtuoso; la diversificación eficiente del portafolio ayuda particularmente a la consolidación del mercado de capitales.

En el caso chileno, Holzmann (1997) concluyó que la reforma de pensiones contribuyó a la liquidez y al desarrollo del mercado financiero. Sin embargo, también encuentra que la evidencia empírica existente no constituye prueba fehaciente de que la reforma haya sido un factor decisivo en el desarrollo de estos mercados en los años ochenta, el mismo que pudo haber sido influenciado por otros factores. Por otro lado, Corbo y Schmidt-Hebbel (2003) sostienen que la contribución de los flujos de pensiones sobre el desarrollo del mercado financiero en Chile fue “completamente robusta” recomendando ser más radicales en el proceso de reformas. El efecto se estima entre un 31 y un 46 por ciento del desarrollo financiero entre 1981 y 2001. Acuña e Iglesias (2000) enfatizan que posiblemente el impacto más fuerte de la creación del nuevo sistema de pensiones en Chile sea la mayor oferta de fondos de largo plazo. En el caso de este país, existe un consenso acerca del papel cumplido por la reforma de pensiones en la contribución al desarrollo de la industria de clasificación de riesgo. La

mayor profundidad del mercado de capitales ha sido un logro importante, así como también la visión de largo plazo de los agentes económicos. Esto tendría un impacto significativo no solo en el mercado de deuda, sino también en el sector de los precios de la economía. Por otra parte, el incremento en la negociación bursátil ha incrementado el financiamiento de las empresas, lo que ha traído consigo también el desarrollo de nuevos instrumentos de inversión.

Walker y LeFort (2002) revisan algunas experiencias internacionales y enfatizan que la infraestructura del mercado de capitales mejoró en Argentina, Chile y Perú; estas mejoras tuvieron efecto en el servicio de depósitos y de calificaciones de riesgo, así como en la modernización de la regulación y en la supervisión del sistema financiero. Además, los autores encuentran que la reforma de pensiones está relacionada con el progreso en el concepto del balance de las fuerzas corporativas. Un análisis de panel y de series de tiempo demuestra que se ha conseguido una reducción de los costos de capital de las firmas, una menor volatilidad en los precios de los títulos transados y un mayor volumen de negociación. En cambio, Gill, Packard y Yermo (2003) señalan que el incremento en la profundidad del mercado de capitales en Chile es parcialmente atribuible a la reforma de pensiones debido a la sucesión de diferentes reformas macroeconómicas y que, por tanto, es extremadamente difícil aislar el impacto de una reforma específica. En Chile, los fondos de pensiones han jugado un rol importante en el crecimiento del mercado de bonos hipotecarios, pero esto no ha sucedido en el resto de países (Gill, Parchar y Yermo, 2003; Kiefer, 2004). En Colombia, la inversión en títulos hipotecarios no supera el 1% y el mercado asegurador prácticamente no recibe inversión<sup>9</sup>. En la experiencia peruana existen progresos en la inversión hipotecaria, pero existe también una brecha importante que no ha recibido atención.

Durante la experiencia chilena, el proceso de inversión hacia el exterior fue puesto en marcha, pero en algunos países esta inversión ha sido restringida por considerarla perjudicial al interés nacional. En algunos casos la legislación de los países establece niveles mínimos y máximos

---

9 En Colombia, aunque la emisión de renta fija privada está creciendo, la demanda se concentra en pocos emisores y en calificaciones triple A. De hecho, el stock de emisiones calificadas se concentra en triple A y doble A, mientras que en el plano internacional el comportamiento es inverso (Fuente: Superintendencia de Valores de Colombia).

para los diversos instrumentos financieros. Por otro lado, la regulación ha sido positiva al conseguir una diversificación importante en los casos de Perú y de Chile. En cambio, en Colombia, los fondos de pensiones y de desempleo han tenido una participación importante en el mercado de capitales después de 1998, pero al evaluarse el impacto del desarrollo del fondo de pensiones existe evidencia de que ha sido mixto. Esto significa que la reforma de pensiones ha desarrollado el mercado de la deuda nacional, pero a costa de un desarrollo deficiente en otros instrumentos. El impacto fue positivo en el mercado de deuda pública debido a la simultaneidad de reformas que sucedieron en ese mercado y en el propio sistema de pensiones colombiano.

A fines de 2005 la distribución porcentual del portafolio por instrumento indicaba que la mayoría de países aún estaba muy lejos de la completa diversificación (ver cuadro 2-1). En Uruguay, Bolivia, Argentina, México, El Salvador y Costa Rica entre 60% y 82% del portafolio es invertido en títulos de deuda pública (47,3% en Colombia). Solamente en Perú y en Chile la participación en estos activos es minoritaria y en este último país tomó 16 años reducirla de 46% a 16%. Los instrumentos públicos

Cuadro 2-1  
PORTAFOLIO DE INVERSIONES 2005  
(Porcentaje con respecto al total del fondo respectivo)

| Países      | Activos (%PIB) | Deuda pública | Activos financieros | Activos no financieros | Acciones | Inversión y fondos mutuos | Activos extranjeros |
|-------------|----------------|---------------|---------------------|------------------------|----------|---------------------------|---------------------|
| Argentina   | 12,9           | 60,9          | 5,1                 | 1,8                    | 13,4     | 8,1                       | 8,9                 |
| Bolivia     | 21,6           | 70,0          | 6,8                 | 13,5                   | 6,3      | 0,0                       | 2,5                 |
| Chile       | 59,4           | 16,4          | 28,9                | 6,8                    | 14,7     | 2,8                       | 30,2                |
| Colombia    | 17,2           | 47,3          | 10,4                | 14,4                   | 11,3     | 2,0                       | 10,4                |
| Costa Rica  | 3,7            | 72,1          | 13,2                | 5,3                    | 0,2      | 3,2                       | 2,7                 |
| El Salvador | 18,3           | 81,0          | 12,7                | 6,3                    | 0,0      | 0,0                       | 0,0                 |
| México      | 7,0            | 82,1          | 4,2                 | 11,8                   | 0,4      | 0,0                       | 1,5                 |
| Perú        | 12,1           | 20,3          | 11,1                | 10,7                   | 36,4     | 2,8                       | 10,1                |
| Uruguay     | 15,3           | 59,5          | 36,8                | 2,7                    | 0,1      | 0,0                       | 0,0                 |

Fuente: AIOS. Diciembre de 2005.

han generado un buen rendimiento debido a que el Estado ha pagado altos intereses en sus emisiones de deuda, pero esto es costoso para la economía, lo que no puede ser mantenido en el largo plazo. La participación accionaria es uno de los instrumentos favoritos en un portafolio. Solamente en Argentina, Chile y Perú el porcentaje de participación es importante y se mantiene en 13%, 15% y 37,8%, respectivamente.

A grosso modo, la literatura evalúa el efecto del fondo de pensiones sobre el mercado de capitales como positiva. Es cierto que el desarrollo del mercado ha sido generado en gran medida por acciones estatales. Podemos citar algunas, tales como la modernización de la infraestructura, los avances en la reforma tributaria y el establecimiento del régimen de bancarota. La transparencia e integridad de los mercados financieros han mejorado mucho y los progresos alcanzados se deben en parte al surgimiento de los fondos de pensiones privados. Sin embargo, la regulación ha sido un punto de crítica. Los reguladores han sido cautelosos en las libertades concedidas a las administradoras; de esta manera los fondos de pensiones han alcanzado altos estándares en la calificación del riesgo e información. Por otro lado, las AFP están demandando abrir los límites al exterior, para así obtener mayores retornos. En países como el Perú, el Banco Central establece los límites efectivos de inversión; el ente emisor aduce que los límites de inversión hacia el exterior no pueden ser flexibilizados rápidamente porque todo es parte de un proceso que requiere madurez del propio sistema de pensiones. En cambio, algunos estudios sobre la región señalan que la carga fiscal ha forzado a la mayoría de los gobiernos a establecer regulaciones sobre instrumentos, lo que lleva a una restricción de la inversión en el exterior. Así, los gobiernos usan recursos “atrapados” para financiarse y el principal beneficiario del crecimiento de estos fondos es el mercado de deuda nacional. Por otro lado, la regulación ha creado condiciones para que exista un oligopolio industrial altamente concentrado, donde la única presión para el buen funcionamiento viene de otras regulaciones. De otra parte, la inestabilidad creada por la larga transición del sistema de pensiones ha sido el principal obstáculo en la profundidad de los mercados financieros, todo ello a pesar del esfuerzo fiscal para mantener los costos de transición, los que no redujeron el efecto positivo de los fondos de pensiones sobre el mercado de capitales.



## 3. Cuantificando el efecto del SPP sobre el mercado de capitales

### 3.1. METODOLOGÍA

La intención del presente documento es cuantificar el efecto del SPP peruano sobre el mercado de capitales construyendo un escenario contrafactual. Se asume que el trabajador no es miope<sup>10</sup> y que es conocedor de técnicas financieras para decidir su portafolio o, lo que es lo mismo, las AFP ofrecen diferentes portafolios a los afiliados según la heterogeneidad de las preferencias. Es interesante analizar este escenario, en el que las AFP evalúan los diferentes grados de aversión al riesgo condicional a la edad y a la escolaridad, pues así las AFP podrían hacer la elección óptima de portafolio (inversión en activos riesgosos y no riesgosos). El grado de desarrollo del mercado de capitales se obtiene al contrastar el portafolio eficiente con el observado. Las diferencias en las asignaciones darían evidencia acerca de las oportunidades de inversión y demandas cautivas por instrumentos. Se utiliza el término “eficiente” para describir la elección del portafolio según las preferencias de los afiliados.

Aunque el presente trabajo guarda similitud con el de Chumacero y Berstein (2005), estos investigadores responden una pregunta diferente: ¿cuánto cuesta la regulación en términos del retorno cuando los afiliados son libres de elegir portafolios manteniendo el mismo riesgo observado? La presente investigación, en cambio, tiene como fin calcular el costo de la regulación en términos de asignación de portafolio cuando el afiliado es

---

10 El término “miope” alude a que el trabajador no valora el ahorro que pueda hacer en el presente para luego consumirlo en la edad de retiro.

libre de elegirlo sin restricciones de riesgo o de retorno. Un costo cero es posible cuando las preferencias contrafactuales por riesgo y por retorno -en términos promedio- son iguales a las preferencias observadas por la AFP.

Es valioso mencionar que Chumacero y Bernstein (2005) no cuestionan la forma cómo las AFP eligen sus portafolios administrados, pero enfatizan que flexibilizar los límites al exterior podría brindar un mayor beneficio para el afiliado. El escenario que se plantea aquí es distinto y toma en cuenta las preferencias de los afiliados por invertir en ausencia de regulación, de manera que se minimice siempre el riesgo de su portafolio. Los portafolios elegidos por las AFP no son necesariamente eficientes desde el punto de vista del propio afiliado; estos poseen suficiente información para hacer decisiones óptimas, mejores que las de cualquier otro agente ya que solo ellos conocen sus preferencias. La variable clave es el grado de aversión al riesgo que mide cuánto riesgo está dispuesto a asumir el afiliado cuando invierte una proporción  $\alpha$  en activos riesgosos y una proporción  $(1 - \alpha)$  en activos no riesgosos. Las diferentes aversiones al riesgo por grupo de afiliados determinan portafolios que luego serán contrastados con los realizados por la AFP. De esta manera, se puede cuantificar la magnitud de la sobre o subestimación de las preferencias implícitas. Además, es a partir de los contrastes entre portafolios que se puede identificar segmentos de demanda cautiva por instrumentos financieros.

Para simplificar, este documento considera tres pasos para obtener una medida de costo para el mercado de capitales: 1) Se desarrolla un modelo de portafolio entre activos riesgosos y no riesgosos para demostrar que la aversión al riesgo podría variar a través del ciclo de vida, 2) Se usa datos a nivel de familias para obtener una medida de aversión al riesgo condicional a la edad y a la escolaridad y 3) Se usa técnicas financieras para obtener portafolios eficientes, los que posteriormente son comparados con los portafolios de las AFP.

### 3.2. TEORÍA DEL CICLO DE VIDA Y ASIGNACIÓN ÓPTIMA

La teoría del ciclo de vida está siendo usada para responder preguntas en diversas áreas de la economía y de las finanzas. Este modelo será usado para obtener una medida de aversión relativa al riesgo a través del horizonte de inversión. La siguiente es una breve revisión de la literatura existente sobre esta teoría.

Campbell, et. al. (1999) construyen un modelo calibrado de ciclo de vida y de elección de portafolio óptimo para estimar el impacto en el bienestar de los agentes económicos cuando se flexibilizan las restricciones de endeudamiento y los costos de participación en el mercado de activos. El modelo de equilibrio parcial considera las propiedades estocásticas de la renta y de los retornos de activos. Los autores sostienen que el resultado constituye un elemento a favor de la privatización de la seguridad social con la selección individual de los portafolios. El modelo permite que la heterogeneidad de la aversión al riesgo y la incertidumbre de la renta laboral durante el ciclo de vida afecten la selección del portafolio<sup>11</sup>. Campbell, et al. (1999) encuentran que los costos fijos podrían restringir a los agentes jóvenes y viejos de participar en los mercados financieros. Samuelson (1969) refiere que el problema de la elección del portafolio óptimo a través del ciclo de vida debe considerar el proceso de renta laboral y su variación inherente. Cocco et al. (2002) resuelven numéricamente un problema de asignación-óptima que considera los riesgos de mortalidad y las restricciones de endeudamiento. Este estudio es interesante debido a que se utiliza el Panel de Estudios de la Renta Laboral (PSID por sus siglas en inglés), el cual es una base de datos longitudinal que contiene la información sobre renta laboral y otras variables sobre las familias. Cocco et al. (2002) extienden la vasta literatura sobre el consumo y las decisiones de ahorro (Deaton, 1989; Gourinchas y Parker, 2002; Heaton y Lucas, 1997; Koo, 1998 y Viceira, 2001) y toman en cuenta el análisis de horizonte infinito, un enfoque explorado también por Bertaut y Haliassos (1997), Davis y Willen (2000) y Gakidis (1999). Dammon, Spatt y Zhang (2001) introducen impuestos en el modelo dentro de un marco de asignación óptima, mientras que Constantinides, Donaldson y Mehra (2002) y Storesletten, Telmer y Yaron (2000) exploran las implicaciones de la valoración de activos en estos modelos. En términos empíricos, Anderson (2000) encuentra evidencia para las familias suecas de un proceso cíclico relacionado con la participación en el mercado de activos; la inversión en

---

11 Campbell, et. al. (1999) calibran la parte determinística de las ecuaciones mincerianas (donde las variables típicas son edad, años de escolaridad e ingreso), de tal forma que se pueda capturar la forma cóncava del consumo y de los ingresos durante el ciclo de vida. En el modelo utilizado existen dos activos: uno riesgoso y uno libre de riesgo. Es valioso mencionar que el exceso de retornos está correlacionado con el componente agregado de la renta salarial permanente.

activos riesgosos es intensa cuando los afiliados alcanzan la edad adulta y declina cuando están pronto a jubilarse.

### 3.3. MODELO TEÓRICO

En este subcapítulo se desarrolla un modelo de equilibrio parcial que toma en cuenta un agente que vive  $T$  períodos. Con el fin de maximizar su utilidad, el agente necesita asignar su riqueza disponible entre consumo de bienes e inversión en activos con rendimientos fijos y variables. Las decisiones de portafolio se realizan en el instante  $t$  y los pagos o utilidades se realizan en el tiempo  $t + 1$ . El referido problema de maximización se denota de la siguiente manera:

$$\max_{\{B_t, S_t\}} E_0 \sum_{t=0}^T \beta^t U(C_t, w_t) \quad (1)$$

Sujeto a:

$$C_t + B_t + S_t = X_t$$

$$X_{t+1} = S_t R_{t+1} + B_t R^f + Y_t$$

$$C_t \geq 0 \quad (2)$$

$$B_t \geq 0$$

$$S_t \geq 0$$

Todas las variables se encuentran expresadas en términos reales.  $B_t$  y  $S_t$  son los bonos y acciones respectivamente, los que son mantenidos entre el período  $t$  y  $t + 1$ .  $E_0$  es el operador de expectativas matemáticas basado en la información disponible en el período  $t=0$ ,  $\beta$  es el factor de descuento, el que representa el grado de impaciencia entre el consumo presente y futuro y se encuentra acotado entre 0 y 1.  $U(C_t, w_t)$  es una función separable en dos componentes: la función de utilidad típica en los modelos  $U(C_t)$  y un componente exógeno  $\lambda(w_t)$  que representa las características del hogar. Esta especificación es similar a la utilizada por Gourinchas y Parker (2001).  $C_t$  es el consumo,  $X_t$  es el “cash on hand”

o riqueza disponible en el período  $t$ .  $R_t$  y  $R^f$  son los retornos brutos de los activos riesgosos y no riesgosos, respectivamente, y  $Y_t$  es la renta o ingreso laboral. El modelo asume que la función de utilidad  $U(C_t)$  tiene preferencias de aversión constante absoluta al riesgo (CARA):

$$U(C_t, w_t) = -\frac{1}{\gamma} \exp(-\gamma C_t) \lambda(w_t) \tag{3}$$

Se escoge estas preferencias para obtener una aversión relativa al riesgo que no es constante en el tiempo. De hecho, la expresión en (3) sugiere que la medida de riesgo cambia con el nivel de consumo ( $\gamma C_t$ ). Sin embargo, la no linealidad de las preferencias dificulta la normalización de las ecuaciones de Euler con respecto a la renta permanente<sup>12</sup>. La solución que se escogió fue asumir desde un principio que los agentes obtienen utilidad desde un consumo normalizado por el ingreso permanente. Esta especificación es similar a funciones que son crecientes en el consumo y decrecientes en el nivel de esfuerzo. Un buen ejemplo de este “trade off” es el modelo típico de decisión entre consumo y mano de obra ofertada. La nueva especificación en las preferencias toma la forma  $U(c_t, w_t)$ , donde  $c_t$  es el nivel de consumo normalizado por el ingreso permanente. El término  $\lambda(w_t)$  es fijado a ser igual a  $(\Gamma^{-1} \sum_{i=1}^I h_{it})^{-1}$ , donde  $h$  es el número de integrantes de la familia<sup>13</sup>.

La restricción de no negatividad en el consumo es:

$$\lim_{c_t \rightarrow \infty} U'(c_t) = 0 \tag{4}$$

Las restricciones de no negatividad sobre  $B_t$  y  $S_t$  en (2) son una directa generalización de las restricciones de liquidez impuestas por Deaton (1989) en un modelo con un solo activo. En otras palabras, la restricción de Deaton previene de endeudarse vía ventas cortas. El modelo establece que la aversión relativa al riesgo varíe con el nivel de consumo y esto solo es posible en un

12 El problema será más visible en el siguiente subcapítulo donde se muestra las ecuaciones de Euler y las ecuaciones de movimiento.

13 La especificación de este término es similar al tratamiento hecho por Gourinchas y Parker (2002).

contexto de ciclo de vida. Por tanto la variable de interés en nuestro modelo es el nivel de consumo (normalizado). Esta especificación es extremadamente útil para nuestras intenciones, así el modelo puede entregarnos una medida de comparación del riesgo entre diferentes tipos de agentes.

### 3.4. RENTA LABORAL

El riesgo de la renta laboral no es diversificable debido al riesgo moral y a la selección adversa. Se asume que la renta laboral de las familias tiene el siguiente proceso:

$$Y_{it} = P_{it}U_{it} \quad (5)$$

Donde el componente permanente sigue el siguiente proceso:

$$P_{it} = G_t P_{it-1} N_{it} \quad (6)$$

Este mismo proceso es usado también por Carroll (1992), quien supone que la renta laboral puede ser separada en dos componentes: uno permanente ( $P_{it}$ ) y otro transitorio ( $U_{it}$ ). El modelo asume que los logaritmos de  $U_{it}$  y  $N_{it}$  son procesos independientes e idénticamente distribuidos con medias  $\{-0,5 \sigma_u^2, -0,5 \sigma_n^2\}$  y varianzas  $\sigma_u^2$  y  $\sigma_n^2$ , respectivamente. El logaritmo de  $P_{it}$  sigue un paseo aleatorio con una constante determinística  $G_t$ , la que es asumida constante para todos los individuos. De las ecuaciones (5) y (6) se puede deducir que la tasa de crecimiento de la renta laboral sigue un proceso de media móvil de orden 1:

$$\Delta \ln Y_{it} = \ln G_t + \ln N_{it} + \ln U_{it} - \ln U_{it-1} \quad (7)$$

Donde la media incondicional de la tasa de crecimiento de los beneficios individuales es  $\ln G_t - 0,5 \sigma_n^2$  y la varianza incondicional es  $\sigma_n^2 + 2 \sigma_u^2$ .

### 3.5. SOLUCIÓN DEL MODELO

Las condiciones de primer orden para los activos riesgosos y libres de riesgo se muestran en las ecuaciones (8) y (9):

$$U_c(c_t, w_t) = \beta E_t \{U_c(c_{t+1}, w_{t+1})R_{t+1}\} + \lambda_B \quad (8)$$

$$U_c(c_t, w_t) = \beta R^f E_t \{U_c(c_{t+1}, w_{t+1})\} + \lambda_S \quad (9)$$

Donde  $\lambda_B$  y  $\lambda_S$  son los multiplicadores de Lagrange para las restricciones que impiden las ventas cortas. Si se considera la restricción presupuestaria  $C_t = X_t - B_t - S_t$ , la restricción activa sobre la venta corta de los bonos implica que  $C_t = X_t - S_t$ , es decir, la tenencia de los bonos es cero. De manera similar, la restricción sobre los activos implica que  $C_t = X_t - B_t$ . Luego se normalizan las tenencias de activos y la riqueza disponible por el componente permanente del ingreso laboral  $P_{it}$  y las variables normalizadas se denotan con letra en minúscula. La solución puede ser generalizada para permitir elección de portafolios. Las condiciones óptimas en (8) y (9) se pueden escribir en forma alternativa como en (10) y (11):

$$U_c(c_t, w_t) = \text{Max}[U_c(x_t - b_t, w_t), \beta E_t \{U_c(c_{t+1}, w_{t+1})R_{t+1}\}] \quad (10)$$

$$U_c(c_t, w_t) = \text{Max}[U_c(x_t - c_t, w_t), \beta R^f E_t \{U_c(c_{t+1}, w_{t+1})\}] \quad (11)$$

El crecimiento del componente permanente de la renta laboral se define como  $z_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t}$ , el consumo normalizado en el período  $t + 1$  sigue la siguiente ecuación de movimiento  $x_{t+1} = (s_t R_{t+1} + b_t R^f) z_{t+1}^{-1} + u_{t+1}$ , el último término ( $u_{t+1}$ ) es el shock transitorio de la renta laboral normalizada en el período  $t + 1$ . De acuerdo a Deaton y Laroque (1992), las ecuaciones de Euler tienen que satisfacer las siguientes condiciones de mapeo continuo:

$$\beta R^f E_t \frac{\lambda(w_{t+1})}{\lambda(w_t)} < 1 \quad (12)$$

$$\beta E_t \left( \frac{\lambda(w_{t+1})}{\lambda(w_t)} R_{t+1} \right) < 1$$

El premio por riesgo se especifica en la siguiente relación:

$$R_{t+1} = R^f + \delta + \mu_{t+1} \quad (13)$$

Donde  $\mu_t \sim N(0, \sigma_\mu^2)$ . Por último, se especifica una relación importante para generar efectos adicionales de autocovarianza en el término  $E_t \{U(C_{t+1}) R_{t+1}\}$  esto es: la correlación entre las innovaciones del componente permanente y el premio al riesgo. Esta relación la denotamos así:

$$N_t = e^{\rho\mu_t + v_t} \quad (14)$$

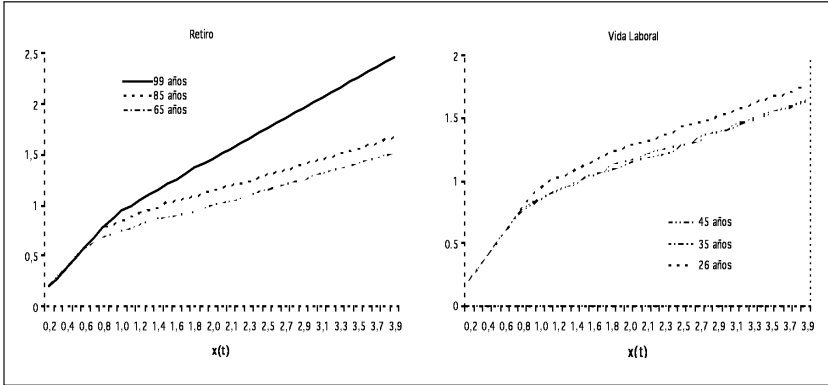
Donde  $\rho$  es el coeficiente de correlación y  $v_t$  se distribuye normalmente con media igual a cero y varianza  $\sigma_v^2$ .

Este documento construye un escenario contrafactual donde las familias invierten directamente en el mercado de capitales. Además, se asume que estas no son miopes y que tienen conocimiento acerca de las técnicas financieras para la asignación eficiente de sus fondos entre activos riesgosos y no riesgosos. Este modelo teórico explica la demanda entre estos activos (ver Campbell y Viceira, 2001). Sin embargo, en términos empíricos, Atanasio y Browning (1995) indican que los datos no validan el modelo debido principalmente a la sobreidentificación del sistema y a la excesiva sensibilidad de la tasa de crecimiento del consumo cuando la tasa de crecimiento de la renta laboral se modifica. Los resultados han sido explicados por las restricciones de liquidez, las cuales hacen posible que una gran parte de la población no enfrente distribuciones óptimas. Sin embargo, Atanasio y Browning (1995) enfatizan que el rechazo de los modelos condicionados a los datos empíricos puede explicarse por el sesgo agregado y por la dependencia del consumo en la demografía.

Gourinchas y Parker (2003) estiman en dos pasos los parámetros profundos de un modelo de ciclo de vida. El método de estimación rechaza las restricciones de sobreidentificación a niveles convencionales de significancia estadística. Esto no es sorprendente debido a que Gourinchas y Parker estiman un número significativo de momentos con pocos parámetros. Sin embargo, a pesar de que Gourinchas y Parker encuentran evidencia de ciclo de vida, la aversión al riesgo es mantenida constante para todos los individuos. Esto surge de la especificación de la función de utilidad. La flexibilización del supuesto de aversión relativa constante y de la asignación óptima entre activos que pretende la presente investigación ayudaría a explicar las tendencias en los niveles de consumo e ingreso observados.



Gráfico 3-1  
 REGLA DE POLÍTICA DEL CONSUMO  
 (Consumo normalizado)



Estimación propia.

El modelo detallado anteriormente no tiene solución analítica y se debe acudir a procedimientos numéricos. En la literatura de portafolios óptimos se utiliza el método de discretización del estado-espacio de las perturbaciones, que se asume que provienen de una distribución normal. El procedimiento tiene cuatro pasos: 1) Se discretiza las realizaciones de las perturbaciones en una grilla entre 3 y 10 puntos<sup>14</sup>, 2) Se especifica el estado-espacio para las variables de estado (en este caso la riqueza disponible normalizada entre 0,2 y 4), 3) Se obtiene las variables de política  $b_t$  y  $s_t$  para que cumplan con las ecuaciones de optimalidad en (10) y (11) y 4) Se obtienen las reglas de política en el consumo compatible con las leyes de movimiento especificadas en (2)<sup>15</sup>. La solución del modelo empieza desde el último período de vida para luego obtener las reglas de política recursivamente. El gráfico 3-1 muestra las reglas de política del consumo en los períodos de vida laboral y de retiro para un determinado conjunto

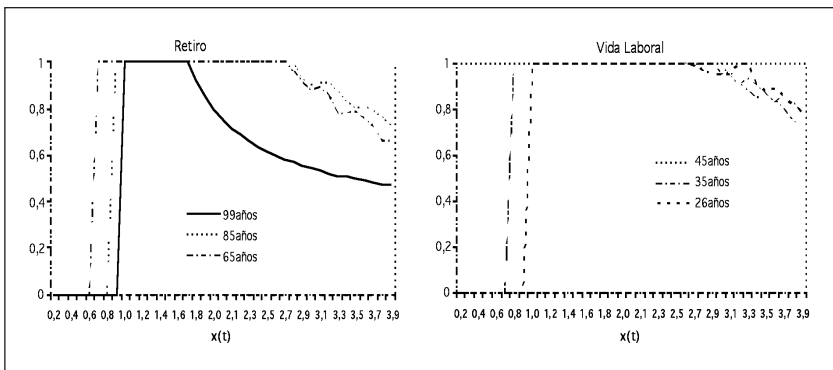
14 Se utiliza una cuadratura gaussiana. El procedimiento es costoso en términos computacionales para cuadraturas de más de 8 puntos. Resultados similares en las funciones de política se obtienen con una cuadratura de 3 puntos.

15 Ver detalles del algoritmo en el Anexo 5.

de parámetros:  $\gamma = 0,6$ ,  $R^f = 3\%$ ,  $\delta = 4\%$ ,  $\beta = 0,925$ ,  $\sigma_u^2 = 0,4$ ,  $\sigma_v^2 = 0,25$ ,  $\sigma_n^2 = 0,03$  y  $\rho = 0,32$ . Este gráfico muestra que para pequeños valores de riqueza disponible normalizada el ahorro o la inversión en activos no serían posibles independientemente de la edad. Solo podría observarse participación en el mercado de capitales si se incrementa la renta laboral. Para un individuo de 26 años, el consumo es mayor al de individuos cercanos al retiro pues su alto nivel de consumo normalizado indicaría que la medida de aversión al riesgo sería mayor en términos relativos.

El gráfico 3-2 muestra la función de política para la asignación óptima entre bonos y acciones. Para valores del consumo normalizado mayores a 1, los individuos invierten en el mercado de capitales. Por debajo de este valor, los individuos no pueden ahorrar y consumen completamente el ingreso laboral. El modelo supone un umbral para la participación en el mercado de capitales, el que es posible al restringir ventas cortas de los activos. Este resultado nos indica que individuos con riqueza disponible por debajo del nivel de ingreso corriente no participarían en el mercado de capitales. Esto podría explicar las “lagunas” en las contribuciones. Los shocks sobre la riqueza podrían desincentivar la participación del afiliado en el sistema previsional. Las diferencias en la composición entre activos son posibles debido al tamaño de los shocks en la ecuación del premio al riesgo (13) y al parámetro relacionado a la medida de aversión al riesgo  $\gamma$ . En los

Gráfico 3-2  
ASIGNACIÓN ÓPTIMA EN ACTIVOS DE RENTA VARIABLE  
(Porcentaje del portafolio total)



Estimación propia.

anexos se detallan los cambios en la asignación óptima entre acciones y bonos cuando varían estos parámetros (ver gráficos 11 y 12 en los anexos). Campbell et al. (2000) afectan la composición del portafolio a través de la reversión de la media en el premio al riesgo. De esta manera, también se podría lograr afectar la demanda por activos con renta variable. Otra alternativa sería considerar correlaciones entre el componente estocástico de la renta laboral y el premio por riesgo (ver Campbell, 1999).

Es importante notar que el umbral de participación en el mercado de capitales varía conforme a la edad del individuo. Por otro lado, la demanda por activos no riesgosos se incrementa cuando la vida laboral termina. Además, para algunos niveles de riqueza disponible (normalizada), la demanda por bonos puede ser prácticamente nula.

El modelo de portafolio indica que las decisiones de inversión son condicionales a la tasa de crecimiento de la renta esperada y a la edad del individuo. En el siguiente capítulo se explica la metodología para obtener una medida de aversión al riesgo por edad del individuo. La actitud frente a la aversión al riesgo se mide mediante la proporción del consumo en relación al ingreso laboral tal como lo predice el modelo del ciclo de vida con asignación óptima de portafolio.

### 3.6. ESTIMACIÓN DE LA AVERSIÓN AL RIESGO

La medida de aversión al riesgo utilizada es la razón consumo-ingreso laboral, la que es calculada a partir de la Encuesta Nacional de Hogares sobre la Medición de Niveles de Vida (ENNV) para los años 1994, 1997 y 2000. Esta encuesta provee básicamente una medida de gasto e ingreso familiar desagregada, lo que hace posible obtener una serie de consumo en bienes no durables descontada de las transferencias<sup>16</sup>.

Tomando en cuenta la metodología de Saavedra y Valdivia (2003), combinamos las encuestas de sección cruzada a nivel de familia para luego estratificar los datos sobre la base de la edad, la cohorte y la escolaridad.

---

16 Saavedra y Valdivia (2003) comparan tres perfiles diferentes a través del ciclo de vida. Uno de ellos incluye las transferencias netas de parientes y amigos como parte de la renta familiar mensual. El segundo perfil descontado muestra la renta y excluye las transferencias, mientras que el tercer perfil toma en cuenta el consumo de acuerdo a variables demográficas.

La base de datos utilizada para la elaboración de los perfiles de consumo e ingreso contiene 8.535 y 8.434 familias por cada estimación respectiva. En el Anexo 3 se presenta la descripción y la caracterización de los datos utilizados. Antes de presentar las series de consumo e ingreso que servirán de insumo para la obtención de medidas de riesgo por horizonte de inversión, se revisa la metodología para capturar los componentes de edad, cohorte y año de las series, así como también la evidencia empírica del ciclo de vida para el caso peruano.

Saavedra y Valdivia (2003) utilizan la ENNIV para seguir cohortes en cinco encuestas (1985-1986, 1991, 1994 y 1997). Los autores encuentran que los hogares peruanos, especialmente los dirigidos por jefes de hogar con menores niveles de educación, reducen las fluctuaciones del consumo no solo por el mecanismo típico (el ahorro), sino también por la reducción de las fluctuaciones del ingreso. También se presenta evidencia que muestra que para los mayores niveles educativos el ingreso total del hogar tiene un componente suavizado debido a las transferencias intergeneracionales entre los integrantes de la familia. También se analiza la relación entre los cambios de la estructura del hogar y del ahorro a lo largo del ciclo de vida y su efecto sobre las implicancias de la transición demográfica.

Los problemas de identificación de los efectos edad, cohorte y año tienen un amplio debate en las ciencias sociales. El efecto edad captura cambios en las preferencias o en las variables de estado a través del ciclo de vida. El efecto cohorte se refiere a las características de dichas preferencias o variables de estado y el efecto año refleja el desempeño de las variables sobre el tiempo. La estimación con restricciones y la imposición a priori de una estructura teórica son procedimientos típicos para la identificación de estos efectos.

Anderson (2000) impone la siguiente restricción: los efectos cohorte y edad son los mismos o al menos no son sistemáticamente diferentes en un lapso de cinco años. Deaton y Paxson (1994) restringen la suma de los efectos por año a ser ortogonales a los efectos de tendencia (cohorte y edad). Argumentan que los efectos macroeconómicos afectan a todos por igual. Otros estudios combinan la metodología de Deaton y Paxson (1994) y añaden variables mudas o *dummies* sobre las cohortes y edades o simplemente combinan *dummies* para representar un solo efecto. Luego se incluye polinomios sobre la tendencia para capturar los demás efectos. De acuerdo a Anderson (2000), la estructura teórica para el efecto cohorte puede ser aproximada a través del efecto productividad.

El efecto año puede ser identificado por variables macroeconómicas. Con esta especificación se logra mayor flexibilidad cuando se pretende incluir y distinguir las ramas económicas o zonas geográficas. Sin embargo, la inclusión de variables adicionales a los efectos edad, cohorte y año pueden causar sesgos en las estimaciones, pero estos no son muy significativos. Al respecto, Saavedra y Valdivia (2003) señalan que la rama ocupacional puede ser levemente correlacionada con la edad, debido a que después de los 25 años el proceso de capital humano está finalizado y por lo tanto la especialización ya ha sido realizada. El efecto año es insignificante debido a que las fluctuaciones económicas afectan a todas las ramas ocupacionales y el efecto cohorte es interesante debido a la movilización de las generaciones hacia las ramas más provechosas, las que revelan preferencias y el retorno económico esperado.

En la estimación de los perfiles, además de los efectos típicos de edad y cohorte, al igual que en Saavedra y Valdivia (2003), se añaden otros determinantes para poder explicar el ingreso y el consumo de los hogares. Se consideran los diferentes niveles de escolaridad, el tamaño de la familia y las diferencias entre la polaridad urbana y rural. Para aproximar el efecto año se incluye el logaritmo del PIB departamental. Los niveles de consumo e ingreso son deflactados en forma transversal e intertemporal, es decir, los precios del consumo de bienes en el interior del país tienen como referencia a Lima Metropolitana<sup>17</sup>, ajustados por el índice de precios del año 2000.

Saavedra y Valdivia (2003), respecto a los cambios dentro de la familia, señalan que todo estudio para el caso peruano debe considerar los efectos de la co-residencia y de las transferencias en efectivo. Estos ajustes serían clave para poder explicar los patrones de ahorro a través del ciclo de vida. Muy ligado a lo anterior está el tema de la unidad de análisis. En realidad, deberíamos pensar que hay dos unidades: padres y hermanos. Ambos están enlazados altruistamente y su consumo está determinado de acuerdo a las limitaciones del presupuesto colectivo. En el sentido no altruista, cada familia se restringe a sí misma en su nivel de ingreso y, por lo tanto, diferentes utilidades marginales. En este estudio la unidad de análisis es la familia. Todos los atributos del jefe de familia son asignados a la propia familia. Si el jefe de la familia -o en su defecto algún miembro reconocido

---

17 Ver Guía Metodológica ENNIV 2000 (Cuanto, 2000).

como jefe por los demás integrantes- no trabaja, entonces se le asigna a la unidad de análisis las características del pariente más cercano que sí se encuentra trabajando<sup>18</sup>.

### 3.7. PERFILES DE INGRESO Y DE CONSUMO

Se estiman perfiles a través de la información del jefe del hogar cuya edad se encuentre en un rango de 26 a 75 años. El rango de edad acotado permite trabajar con datos suficientes en cada tramo. También se eliminan las familias con jefes de hogar jóvenes<sup>19</sup>. Cada familia contribuye con un dato en la muestra; a cada hogar se le asigna el grupo ocupacional, el nivel educativo y la cohorte de nacimiento del jefe de familia. Se denota el perfil de consumo e ingreso laboral del hogar como  $\{\bar{C}_t\}_{t=26}^{75}$  y  $\{\bar{Y}_t\}_{t=26}^{75}$ , respectivamente. Ambos perfiles son construidos con el nivel de escolaridad de la “familia” y son obtenidos a partir de la siguiente regresión lineal:

$$\ln Y_{it} = f(Z_i, t) + g(H_{it}) + \zeta_{it} \quad (15)$$

Esta relación captura el efecto edad ( $t$ ), el efecto cohorte y año ( $Z$ ). Además, como se mencionó, se incluye las diferencias entre zonas urbanas y zonas rurales, así como también el número de integrantes en la familia: estas variables son representadas por la sigla  $H_{it}$ . El componente determinístico es usado para medir el ingreso laboral sin factores temporales. La ecuación (16) muestra la sumatoria sobre individuos de la misma edad:

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln Y_{it} = -\hat{\pi}_t t + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \hat{f}(Z_i, t) + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \hat{g}(H_{it}) \quad (16)$$

Se aproxima el ingreso promedio por edad  $\{\bar{Y}_t\}_{t=26}^{75}$  a través de la siguiente relación lineal en  $t$  y de las funciones especificadas anteriormente:

18 En este caso el jefe de familia será el familiar más cercano en orden de importancia, es decir, se considera primero a la esposa y luego a los hijos.

19 Un punto aclarado y asumido en Gourinchas y Parker (2002).

$$\ln \bar{Y}_t = \hat{\pi}t + \hat{f}(\bar{Z}, t) + g(\bar{H}_t) \quad (17)$$

El ingreso laboral<sup>20</sup> durante el ciclo de vida es suavizado con polinomios hasta el cuarto orden para poder capturar la tendencia de la serie. En los Anexos se detalla las regresiones estimadas. Asimismo, se puede revisar un completo detalle de la muestra empleada<sup>21</sup>. En el modelo propuesto en la sección anterior se necesita un estimado de la tasa de crecimiento determinística de la renta laboral. Para tal fin, al igual que Gourinchas y Parker (2002), tomamos en cuenta el esperado muestral de cada variable en el límite. Se toman promedios en base a la población en una determinada edad:

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln Y_{it} = \ln G_t + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln Y_{it-1} + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln N_{it} \quad (18)$$

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln U_{it} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln U_{it-1}$$

Luego, se aplica la Ley de los Grandes Números, con lo que la probabilidad límite de las innovaciones es igual a cero:

$$p\lim \left( -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln Y_{it} - \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \ln Y_{it-1} \right) = \ln G_t \quad (19)$$

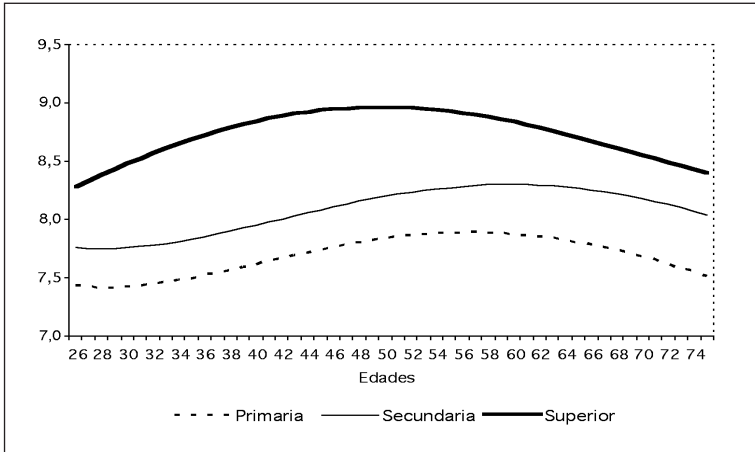
En el caso del consumo la aproximación es similar, pero al igual que Saavedra y Valdivia (2003) se utiliza el consumo de bienes no durables<sup>22</sup>.

20 El ingreso laboral es la suma del ingreso dependiente más el independiente. Este ingreso forma parte del total de ingresos ordinarios que recibe la familia. La importancia de los ingresos laborales en el ingreso total (ingresos ordinarios más extraordinarios) es alrededor de 80% para gran parte de las familias.

21 El Anexo 3 describe la base de datos y el Anexo 4 contiene las estimaciones respectivas.

22 El consumo de bienes no durables se calcula como el consumo total del hogar menos los gastos en educación, en salud, en muebles y enseres y en alquiler de vivienda. Los gastos en educación y en salud son excluidos pues se toma en cuenta que son inversiones en capital humano. Para mayor detalle sobre este último punto revisar el Anexo metodológico de Saavedra y Valdivia (2003).

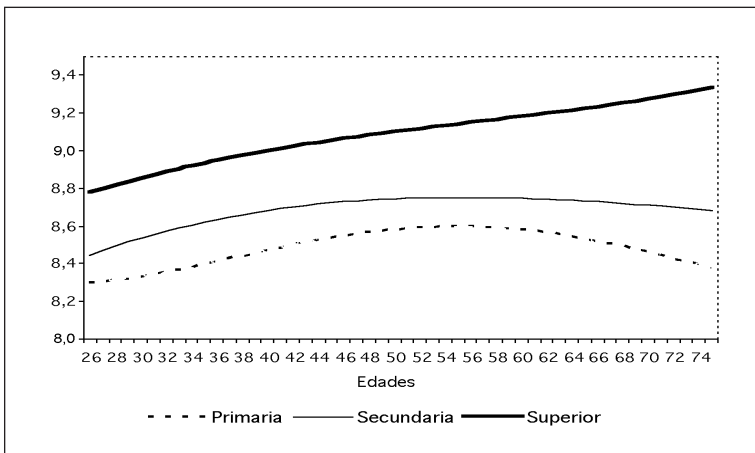
Gráfico 3-3  
INGRESO LABORAL  
(En logaritmos)



Estimación propia.

Fuente: ENNIV 1994, 1997 y 2000.

Gráfico 3-4  
CONSUMO EN BIENES NO DURABLES  
(En logaritmos)

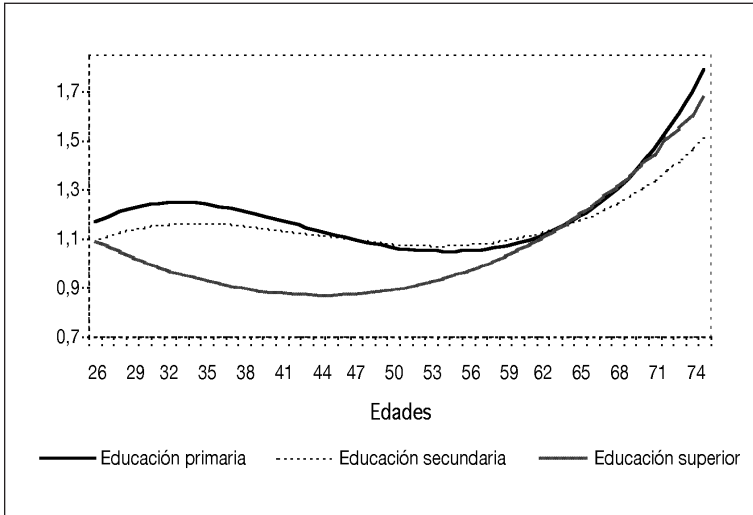


Estimación propia.

Fuente: ENNIV 1994, 1997 y 2000.



Gráfico 3-5  
 CONSUMO EN BIENES NO DURABLES  
 (Normalizado por ingreso laboral)



Estimación propia.  
 Fuente: ENNIV 1994, 1997 y 2000.

Los perfiles de ingreso y de consumo son mostrados en los gráficos 3-4 y 3-5. Los perfiles de ingreso tienen la forma de una U invertida y el consumo un comportamiento suavizado durante el ciclo de vida.

De acuerdo al modelo teórico, el consumo esperado está relacionado con la medida de aversión relativa al riesgo. En los modelos microeconómicos de seguros el consumo es la variable esperada afectada por el riesgo. Modelos con utilidades del tipo CARA determinan que la aversión del individuo será mayor cuanto más riqueza o nivel de consumo se posea; este rasgo ha hecho poco atractivas a las preferencias con aversión relativa creciente. La normalización entre un flujo de renta laboral permite que el riesgo se pueda medir en términos relativos con respecto al nivel de ingreso generado por el hogar. Así, la actitud frente al riesgo está determinada por la parte del consumo no cubierta por el ingreso laboral. De esta manera, las familias que ahorran flujos laborales tendrán una actitud menos adversa hacia el riesgo porque ya alcanzaron

a cubrir su consumo. Por el contrario, las familias que incurren en desbalances con respecto a su ingreso laboral saben que una parte de su nivel de consumo está expuesta al riesgo y tratarán de “asegurarse”<sup>23</sup> contra las realizaciones negativas del flujo restante de ingresos que no está explicada por fundamentales<sup>24</sup>. Así, en cada período, las familias deciden su consumo según el flujo de ingresos laborales y otros ingresos (rentas extraordinarias o préstamos<sup>25</sup>). La pérdida esperada en términos de consumo debería ser mínima debido a que las familias suavizan el consumo<sup>26</sup>.

Además, la normalización por ingreso laboral permite hacer la comparación entre individuos con diferentes niveles educacionales e ingresos. Así, un rico puede tener la misma aversión al riesgo que un pobre si ambos ponen en juego el consumo de bienes valorizados en el doble de su flujo de ingresos. En el modelo teórico, el grado relativo de aversión al riesgo es  $\gamma c_i$ ; el parámetro  $\gamma$  juega un rol poco importante si la normalización es hecha por  $\gamma P_{it}$ , es decir, por una fracción o múltiplo de la renta. Sin embargo, existe la posibilidad de que los parámetros puedan variar a través de los niveles educacionales y así afectar la medida de aversión al riesgo. Pero, en el ejemplo del rico y del pobre, la utilización de las funciones del tipo CARA no sería beneficiosa. En la calibración del modelo existe una especificación que encuentra una similitud del parámetro entre los niveles educacionales. Nosotros asumimos que este parámetro es igual para todos y que, por tanto, implica un cambio de escala en nuestras estimaciones de la medida de aversión al riesgo.

El gráfico 3-6 muestra la actitud frente al riesgo: mientras la razón ingreso-consumo sea claramente mayor, la aversión al riesgo también lo será. Se puede observar que los hogares parten casi de la misma razón consumo-ingreso en edades tempranas, mientras que los de mayor nivel educacional tienden a ahorrar flujos laborales. Este comportamiento

23 Esto es lo mismo que contratar un seguro y pagar la prima.

24 Nos referimos al ingreso que no tiene una relación cercana con la educación o con los años de experiencia o de especialización.

25 La encuesta ENNIV consigna como otros ingresos no laborales a los ingresos por rentas de propiedad, transferencias regulares y ocasionales e ingresos monetarios y/o especies realizados por los miembros del hogar, tales como pólizas de seguro, indemnizaciones y demás.

26 Existe evidencia empírica. De hecho, la encontramos en el presente trabajo: la familia suaviza el consumo de bienes no durables.

no dura todo el período de la vida laboral. En cambio, al aproximarse la edad de retiro, la razón aumenta debido a que los ingresos laborales cesan. En el caso de las familias con menor nivel educativo, los ratios tienden a ser iguales en algunos segmentos de edades, pero al igual que los hogares con alto nivel educativo, ante la proximidad del retiro, el ratio aumenta. De hecho, los ratios son los mismos en el tramo de edad entre 64 y 68 años, lo que evidencia que enfrentan la misma aversión al riesgo.

Con el fin de hacer un contraste entre el consumo normalizado del modelo teórico y el observado, realizamos una calibración sobre los parámetros del modelo y en algunos casos realizamos estimaciones desde los datos de la ENNIV. Estos parámetros son el factor de descuento, el premio al riesgo, el coeficiente de correlación entre los errores del componente permanente en el proceso de renta laboral y el premio al riesgo, así como también las varianzas de cada proceso estocástico en la renta y la diferencia de rentabilidades. En el caso del proceso de la renta laboral, se estimaron las varianzas de los errores tanto en el componente permanente  $\sigma_n^2$  como en el temporal  $\sigma_u^2$ . Básicamente, se sigue el procedimiento de Campbell, et al (1999), el cual propone regresionar el término  $\text{Var}(e_{t+d} - e_t)$  sobre una constante y la variable  $d$  (ver Campbell, et al, 1999).  $e_t$  es el residuo del modelo de perfil de ingreso estimado en (16). Las estimaciones sugieren que existe evidencia de que grupos de baja educación tienden a tener shocks de renta transitorios más variables, mientras que los grupos que tienen mayor educación tienen mayor varianza en las realizaciones permanentes (ver Anexo 4, cuadros 15, 16 y 17). Estos hallazgos son encontrados también en Campbell, et al (1999). En el caso de la varianza  $\sigma_\mu^2$ , no se registra datos para realizar la estimación de retorno entre activos para el caso peruano<sup>27</sup>, pero podemos aproximarlo a partir de la ecuación (14), donde la varianza del logaritmo del error permanente de la renta laboral  $\sigma_n^2$  es igual a  $\rho^2\sigma_\mu^2 + \sigma_v^2$ . El último término es fijado a 0,01 y el coeficiente de correlación  $\rho$  es fijado en 0,3<sup>28</sup>, lo que resulta en un  $\sigma_\mu^2$  igual a 0,25. Finalmente, el factor de descuento es fijado alrededor de 1 y el parámetro

27 Tomamos como referencia el trabajo de Campbell et. al. (1999), que estima parámetros de varianza para Estados Unidos.

28 Campbell, et al (1999) encuentran para Estados Unidos valores para el parámetro de correlación entre 0,3 y 0,5 según el nivel educativo.

relacionado a la aversión al riesgo y es 0,3. En el Anexo 6<sup>29</sup> se encuentra un cuadro resumen con los valores calibrados y estimados para el modelo. Podemos concluir este capítulo diciendo que el modelo ofrece tendencias con respecto al ratio consumo-ingreso y que, por otra parte, el ajuste es cercano pero no perfecto, tal como se puede observar en los Anexos<sup>30</sup>. El contraste se basa en medidas suavizadas de los perfiles de ingreso y de consumo, pero otros momentos muestrales de la serie no son considerados en el análisis, los que sería valioso explorar. Por otro lado, la estimación de los parámetros es una solución, pero el rechazo de identificación por los datos es el problema más serio<sup>31</sup>. Sin embargo, los resultados muestran que el modelo de ciclo de vida no puede rechazarse completamente para el Perú y que brinda una oportunidad de investigación al respecto.

---

29 Ver Anexo 6 cuadro 18.

30 Ver Anexo 6 cuadros 8, 9 y 10.

31 Ver Gourinchas y Parker (2002).

## 4. Estimación de portafolios eficientes

Como fue discutido anteriormente, el presente trabajo asume un escenario contrafactual en el que los inversionistas pueden determinar el portafolio de inversión de forma eficiente. En esta sección se construye fronteras condicionales al riesgo; estas curvas –en su conjunto– determinan una frontera eficiente de inversión durante el ciclo de vida. Las fronteras son obtenidas a partir de la solución de un problema restringido de programación lineal donde se maximiza el retorno esperado penalizado por la varianza del portafolio. Antes de mostrar las asignaciones eficientes se hace una revisión corta de las metodologías más comunes para construir portafolios. Estas son: Valor al Riesgo vía programación lineal y el estimador de preferencias cuadráticas. Para la estimación de los portafolios se hace uso de esta última técnica debido a la mayor libertad en los supuestos de la distribución de los datos.

### 4.1. VALOR AL RIESGO VÍA PROGRAMACIÓN LINEAL

La metodología más aceptada entre académicos y administradores para medir el riesgo financiero y estimar portafolios eficientes es el Valor al Riesgo (VaR). El VaR es una medida que establece límites en la inversión de los administradores financieros y además establece a priori el porcentaje de pérdida que podría enfrentar el inversionista sobre un horizonte y un nivel de significancia determinados<sup>32</sup>. Según Gorieux et al. (2000), si

---

32 Sin embargo, Szegő (2002) demostró las fallas de esta medida y la existencia de metodologías alternativas eficientes y robustas.

$Pr_t$  es la distribución condicional de los precios de activos futuros dada la información disponible hasta el período  $t$  y  $\alpha$  la probabilidad de pérdida, se tiene que el valor al riesgo  $-VaR(\omega, \alpha)$  está definido como:

$$Pr_t [W_{t+1}(\omega) - W_t(\omega) + VaR_t(\omega, \alpha) < 0] = \alpha \quad (20)$$

Donde el monto total de los activos invertidos es denotado por  $W_t$  en el período  $t$  y  $\omega$  es el vector de ponderaciones de los activos para las combinaciones óptimas dentro del portafolio. En particular, si el VaR es computado bajo el supuesto de normalidad de los retornos se asume la siguiente forma funcional:

$$VaR_t(\omega, \alpha) = \omega' m_t + (\omega' V_t \omega)^{1/2} z_{1-\alpha} \quad (21)$$

Donde  $m_t$  es el vector de medias condicional y  $V_t$  la matriz de varianzas y covarianzas.  $z_{1-\alpha}$  es el nivel de cuantil  $1-\alpha$  de la distribución normal.

El portafolio eficiente VaR  $\omega^*$  es obtenido al resolver el siguiente problema de optimización restringido:

$$\max_{\omega} \omega' m \quad (22)$$

Sujeto a:

$$\omega' m = \mu \quad (23)$$

$$VaR_t(\omega, \alpha) = \overline{VaR} \quad (24)$$

$$\omega' i = 1 \quad (25)$$

$$\omega \geq 0$$

El vector  $\mu$  contiene los retornos de activos riesgosos y no riesgosos. Así, este portafolio está determinado por la pérdida esperada de retornos  $\alpha$  y la frontera  $\overline{VaR}$ . Las condiciones de primer orden son:

$$m = \lambda_t \frac{\partial VaR_t(\omega, \alpha)}{\partial \omega} \quad (26)$$

$$VaR_t(\omega, \alpha) = \overline{VaR}$$

Donde  $\lambda_t$  es el multiplicador de Lagrange de la restricción (23). Esta es cierta si el supuesto de normalidad se mantiene de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \text{VaR}_t}{\partial \omega} = -m_t + \frac{V_t \omega}{(\omega' V_t \omega)^{1/2}} z_{1-\alpha} \quad (27)$$

El supuesto de normalidad es una simplificación de un problema más general y constituye una desventaja al utilizar datos de baja frecuencia (retornos anuales) y de períodos cortos.

## 4.2. PREFERENCIAS CUADRÁTICAS

Dados los retornos de activos libre de riesgo  $\mu$ , el portafolio óptimo del estimador de preferencias cuadráticas –sin ventas cortas– es la solución al siguiente problema de optimización restringido:

$$\max_{\omega} \omega' m - \frac{1}{2} B \omega' V \omega \quad (28)$$

El problema está sujeto a las restricciones mostradas en las ecuaciones (23) y (25). El parámetro  $B$  es mayor a cero y representa el grado de aversión al riesgo. El problema de optimización se resuelve al hacer una grilla sobre el retorno promedio ( $\mu$ ) de los instrumentos y luego se resuelve el problema (28) para cada una de las participaciones en los activos. Las diferentes asignaciones condicionales a un determinado retorno promedio del portafolio dibujan una frontera de inversión por tramo de edad y por nivel de ingresos del inversionista.

## 4.3. DATOS PARA LA ESTIMACIÓN DE LOS PORTAFOLIOS

Información sobre la composición del portafolio de las AFP está disponible en la Superintendencia de Banca y Seguros del Perú (SBS). Los diferentes activos que conforman el portafolio de inversión pueden ser agrupados en cuatro categorías: renta fija local, renta variable local, renta variable extranjera y renta fija extranjera. La primera categoría incluye emisiones

gubernamentales, notas de hipoteca, depósitos, bonos y títulos garantizados por las instituciones financieras, además de bonos privados. La segunda incorpora las acciones corporativas, las acciones corporativas del Estado y los fondos de inversión local. La tercera categoría incluye fondos de inversión internacional, acciones emitidas por compañías extranjeras y fondos mutuos internacionales. La inversión en renta fija extranjera incluye los títulos de crédito, *securities* y títulos negociables emitidos por gobiernos extranjeros, bancos extranjeros o centrales, además de bonos emitidos por compañías extranjeras.

Para construir los portafolios tomamos en cuenta el período 2002-2005. Utilizamos este período porque en la década de los noventa las AFP no podían invertir en el extranjero y es solo a partir de 2002 que la Bolsa de Valores Lima y los índices norteamericanos muestran una recuperación. El análisis toma significancia en años más recientes debido a una mayor flexibilización de las restricciones sobre las inversiones en el exterior, lo que implica una mayor diversificación.

Los precios representativos para las cuatro categorías fueron aproximados como sigue: el Índice General de Precios de la Bolsa de Valores de Lima (IGVBL) fue usado como medida del retorno variable de instrumentos locales. En el caso de la renta fija local se consideró la tasa de interés de los certificados de depósitos del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) con madurez de un año. Para el retorno variable en el extranjero, el precio de referencia fue el índice industrial Dow Jones y para el retorno fijo de instrumentos en el extranjero se utilizó el retorno de los bonos del tesoro de EE.UU. con madurez de un año. La rentabilidad de los instrumentos fue ajustada por el índice de precios que publica el Banco Central, mientras que la rentabilidad de los títulos emitidos en el extranjero fue ajustada, además, por la devaluación nominal de la moneda peruana. En el Anexo 8 se puede apreciar la evolución histórica de las series utilizadas para la aproximación de los precios. En general, la bolsa peruana tuvo un rendimiento superior al de los otros instrumentos en el período de referencia. El instrumento que tuvo un mal desempeño fue el de las *proxies* a los títulos emitidos en el exterior. Estas últimas fueron influenciadas en parte por la apreciación nominal de la moneda y por la inflación, pero en mayor cuantía fueron los rezagos de los efectos de la guerra en oriente y la recesión mundial.

En el caso de los títulos emitidos en el exterior, la información proveniente de la SBS no hace distinción sobre el monto de instrumentos de renta fija y variable invertidos en la categoría de fondos mutuos. Por esta razón,



agrupamos los instrumentos en el exterior en un solo activo de inversión. Esta agrupación tiene un significativo interés en nuestro análisis debido a que la inversión en el exterior ha crecido año tras año y, a la par, las autoridades han incrementado los límites para esta clase de instrumentos.

#### 4.4. ESTIMACIÓN DEL PORTAFOLIO CONTRAFECTUAL

El portafolio de inversión contrafactual se encuentra compuesto por tres clases de instrumentos o activos. Estos son: la renta fija local, la renta variable local y la renta en el extranjero. El retorno<sup>33</sup> y la varianza esperada de cada instrumento son iguales a los realizados, pero esto obviamente no es conocido a priori por los inversionistas.

El gráfico 4-1 muestra las fronteras eficientes A, B y C ordenadas según el grado de aversión al riesgo que enfrenta el inversionista; cuanto más alejadas de la intersección de las coordenadas mayor será la aversión hacia el riesgo. El ordenamiento supone que los individuos más aversos tienen combinaciones eficientes de riesgo-rentabilidad que son ineficientes para los individuos con menor aversión al riesgo. Sin embargo, alguna combinación riesgo-rentabilidad en cada curva es óptima durante el ciclo de vida. Esto es posible debido a que las diferentes preferencias por el riesgo permiten que el inversionista enfrente una frontera de posibilidades distinta por edad. Para definir las combinaciones eficientes por edad hacemos un escalamiento equidistante en base a la varianza del portafolio para definir la tolerancia al riesgo. La edad del inversionista define una varianza (o aversión al riesgo) y una frontera de inversión; si unimos todos los puntos eficientes por cada edad obtenemos la frontera eficiente en el ciclo de vida. A esta curva la denotamos como D en el gráfico 4-1. Esta frontera representa las posibilidades óptimas de inversión del individuo durante el ciclo de vida.

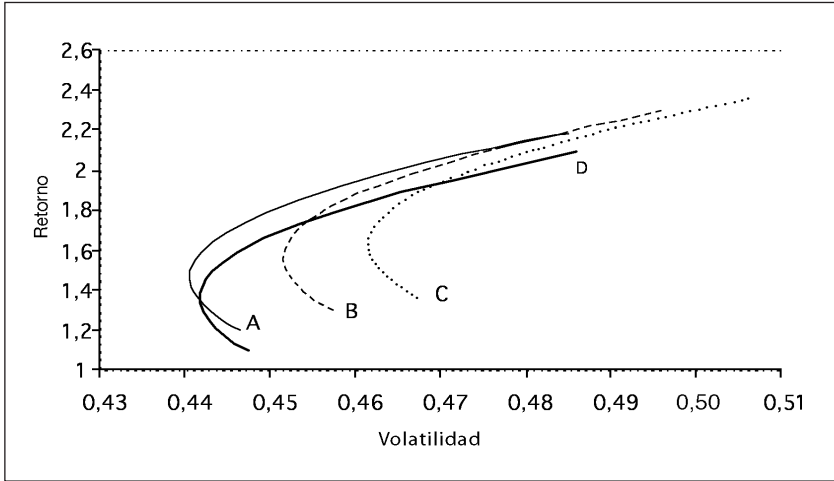
#### 4.5. PORTAFOLIOS EFICIENTES

El gráfico 4-2 muestra la evolución del portafolio de inversión observado de las AFP desde el año 2000 hasta 2005. Se observa que la proporción

---

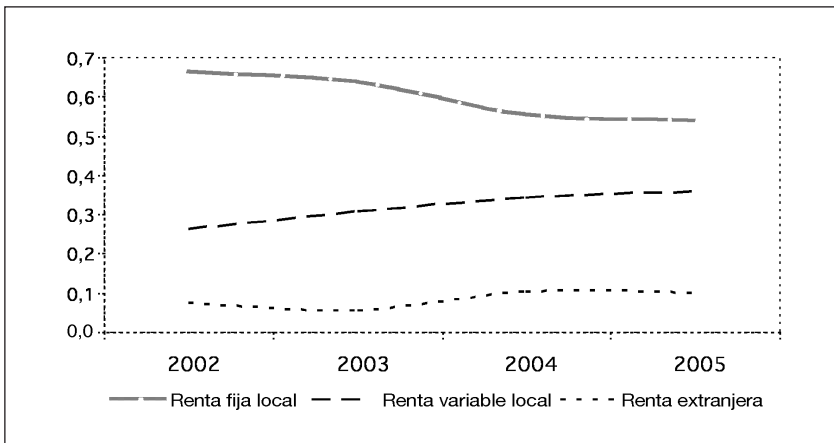
33 Para la elección de portafolio se toma la mediana como medida de retorno esperado.

Gráfico 4-1  
FRONTERA EFICIENTE DURANTE EL CICLO DE VIDA



Elaboración propia.

Gráfico 4-2  
PORTAFOLIO DE LA AFP  
(Puntos porcentuales /100)

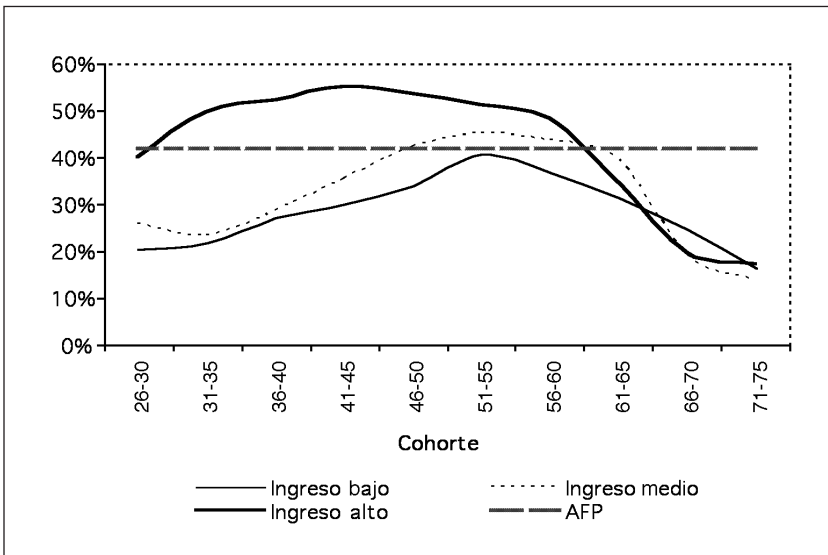


Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros (Perú).

invertida en instrumentos de renta fija y variable local está entre 54 y 36 por ciento del fondo total, respectivamente. En el caso de los instrumentos emitidos en el exterior, las AFP invierten en el extranjero alrededor de 10%, un porcentaje cercano al límite de inversión de 10,5% impuesto por el BCRP. Las preferencias por tipo de portafolio se analizan por tramos de edad y de nivel de ingresos. Los gráficos 4-3 al 4-6 muestran los porcentajes de inversión en instrumentos emitidos en el exterior e instrumentos de renta fija y variable en el mercado local. En términos del portafolio contrafactual, el nivel de educación debe guardar estrecha relación con la renta laboral, por lo que el análisis hace énfasis en las diferencias de ingresos en vez de niveles educacionales.

En el gráfico 4-3 se observa que los afiliados entre 31 y 60 años que perciben un alto nivel de ingresos laborales desean realizar una mayor inversión en instrumentos de renta variable local a comparación de los que perciben un nivel menor de ingreso. Estos últimos tienen un com-

Gráfico 4-3  
 INSTRUMENTOS DE RENTA-VARIABLE EN EL MERCADO LOCAL  
 (Porcentaje de inversión en el portafolio)

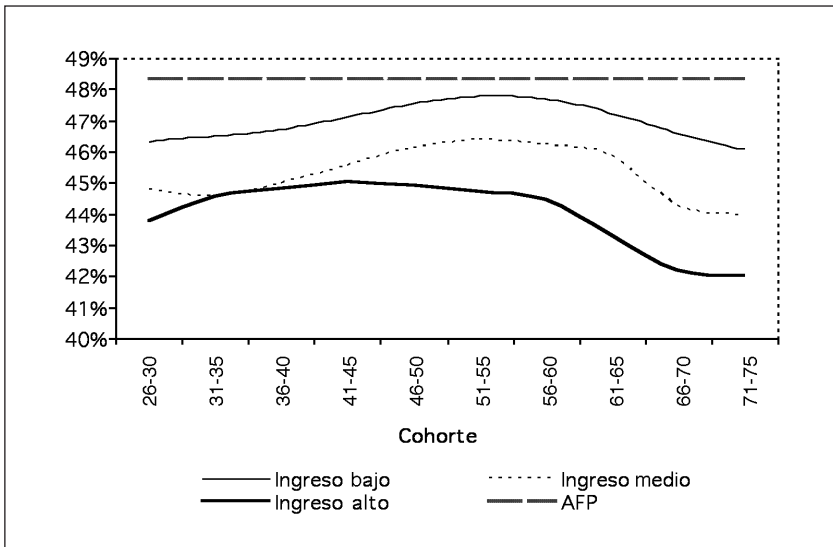


Estimación propia.

portamiento más conservador en términos de riesgo. Cerca al período de jubilación, los afiliados después de los 55 años desearían invertir una proporción cada vez más pequeña de sus fondos en este instrumento. En los inicios de la vida laboral, los afiliados con menores ingresos desearían mantener un porcentaje de inversión por debajo del nivel invertido por las AFP. Posteriormente, esta asignación se incrementa hasta un máximo de 45% en la cohorte de 51 a 55 años.

El gráfico 4-4 muestra el porcentaje de inversión en instrumentos de renta fija en el mercado local. En este caso, las AFP sobreestiman las preferencias de inversión de todos los afiliados independientemente de su edad y de su nivel de ingreso. Se aprecia que quienes perciben un nivel alto de ingreso experimentan una mayor sobreestimación en la inversión comparados a los que perciben ingresos medios y bajos. A medida que los afiliados se acercan al período de jubilación, todos desearían disminuir el porcentaje de inversión en estos instrumentos pero en distintas escalas. Lo

Gráfico 4-4  
INSTRUMENTOS DE RENTA-FIJA EN EL MERCADO LOCAL  
(Porcentaje de inversión en el portafolio)

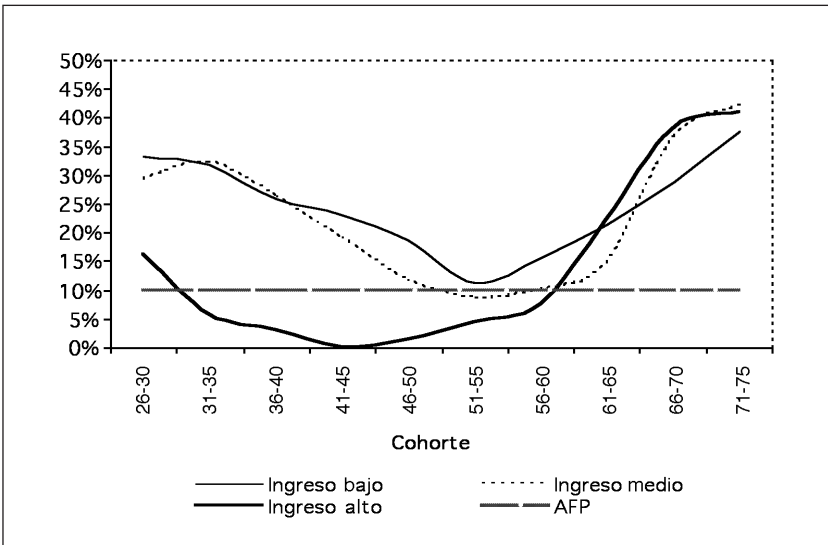


Estimación propia.

anterior está explicado por el grado de aversión al riesgo que enfrentan los afiliados, la volatilidad y el retorno de los instrumentos. Para los afiliados con un alto ingreso no es muy atractivo mantener su inversión en instrumentos de renta fija local: ellos estarían dispuestos a exponer su inversión a más riesgo de lo que estarían dispuestos a tolerar los individuos con menor ingreso. Estos últimos, en general, son más aversos al riesgo.

El gráfico 4-5 muestra el porcentaje de inversión en instrumentos emitidos en el extranjero. Las estimaciones sugieren que los afiliados con un alto nivel de ingresos desean invertir una mayor proporción de sus fondos en estos instrumentos al inicio y al final de su período laboral, pero cuando estos afiliados alcanzan su madurez laboral prefieren subinvertir en este instrumento respecto a la inversión hecha por las AFP. El nivel de inversión de las AFP en estos instrumentos se asemeja a las preferencias de los individuos de ingreso medio y bajo en la cohorte de 51 a 55 años. La brecha significativa entre las asignaciones en el tramo de edad más

Gráfico 4-5  
 INVERSIÓN EN EL EXTRANJERO  
 (Porcentaje de inversión en el portafolio)



Estimación propia.

joven y de nivel de ingresos menor se debe a que esta población gusta de activos con retornos menos volátiles. Cerca de la jubilación, los individuos de ingreso alto y medio estarían dispuestos a invertir alrededor de 32% de sus fondos en estos instrumentos, mientras que los de bajo ingreso alrededor de 25%.

El cuadro 4-1 muestra, para tramos de edad más extensos, la diferencia –en puntos porcentuales– entre las asignaciones de portafolio de la AFP y los obtenidos por el modelo de ciclo de vida. Un valor positivo de estas diferencias indica sobreexposición, mientras que uno negativo subexposición por instrumento. Tal como se mencionó, existe una amplia brecha en el caso de instrumentos emitidos en el exterior para individuos que tienen ingresos bajos y medios y que pertenecen al tramo más joven de edad. Esta diferencia es negativa y ronda los 20 puntos porcentuales. También es significativa la brecha entre asignaciones en el caso de los activos de renta variable nacional: la diferencia es de 15,8% y de 18,5% para inversionistas de ingresos medios y bajos, respectivamente. En general, se puede constatar que las asignaciones de la cohorte próxima a retirarse son cercanas a las realizadas por las AFP. Si el fondo estuviera conformado solo

Cuadro 4-1  
EXCESO DE INVERSIÓN POR INSTRUMENTO

(Diferencia en puntos porcentuales del portafolio de la AFP con respecto al óptimo porcentaje positivo -negativo- implica sobreexposición -subexposición- de las AFP)

| <i>Nivel de ingresos</i> | <i>Instrumentos financieros</i> | <i>26-40 años</i> | <i>41-55 años</i> | <i>56-65 años</i> |
|--------------------------|---------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Ingreso bajo             | Renta fija nacional             | 1,8               | 0,8               | 0,9               |
|                          | Renta variable nacional         | 18,5              | 6,8               | 7,4               |
|                          | Renta extranjera                | -20,3             | -7,6              | -8,3              |
| Ingreso medio            | Renta fija nacional             | 3,6               | 2,3               | 2,3               |
|                          | Renta variable nacional         | 15,8              | 0,9               | 0,4               |
|                          | Renta extranjera                | -19,4             | -3,2              | -2,7              |
| Ingreso alto             | Renta fija nacional             | 3,9               | 3,4               | 4,1               |
|                          | Renta variable nacional         | -5,6              | -11,5             | -3,7              |
|                          | Renta extranjera                | 1,7               | 8,1               | -0,4              |

Elaboración propia.

por este grupo, las asignaciones eficientes se encontrarían más cercanas a las invertidas por las AFP y, por tanto, las oportunidades de inversión serían copadas y representarían una distribución eficiente. En cambio, si el fondo estuviera conformado solo por las cohortes más jóvenes con ingresos medios y bajos, las asignaciones se alejarían de las realizadas por la AFP, lo que implicaría ineficiencia en la distribución del portafolio.

Si se toma en cuenta lo anterior, podemos construir un indicador de oportunidades de inversión o de demanda cautiva por instrumento. El porcentaje de afiliados en cada grupo (cohorte y nivel de ingreso) será el ponderador en la sumatoria de las diferencias entre asignaciones. La suma ponderada por instrumento debe ser cercana a cero si la diferencia entre asignaciones de la cohorte  $j$  y del nivel de ingreso  $k$  es pequeña y, además, si el porcentaje de afiliados que pertenece al mismo grupo  $j$  y  $k$  es significativo con respecto al total. Si las asignaciones de la AFP son eficientes, entonces el portafolio representa las preferencias implícitas de riesgo de la mayoría de los afiliados. Formalmente, el indicador de demanda cautiva por el instrumento "s" se puede expresar de la siguiente manera:

$$I_s = \sum_k^K \sum_j^J (\alpha_s^{AFP} - \alpha_{jk}^*) \frac{h_{jk}}{H} \quad (29)$$

Donde el índice  $j$  se refiere a las cohortes y  $k$  al tipo de ingreso.  $h_{jk}$  es el número de afiliados que pertenece a la cohorte  $j$  y que percibe un nivel de ingresos  $k$ .  $H$  es el número total de afiliados. El número de afiliados entre las distintas categorías  $j$  y  $k$  puede ser obtenido a partir de las estadísticas de la SBS. Sin embargo, es necesario identificar puntos de corte para definir el tipo de ingreso que percibe el afiliado, es decir: alto, medio o bajo. Para obtener estos puntos de corte en el espectro de ingresos laborales se hace uso de la Encuesta Permanente de Empleo (EPE) para el último trimestre móvil de 2001 a 2005. Esta encuesta provee una base de datos sobre niveles de ingresos laborales mensuales en Lima Metropolitana<sup>34</sup>. Sobre esta base se construye un tercil de ingresos y así se establece un punto de referencia para identificar el tipo de nivel de ingresos que percibe el afiliado. El gráfico 4-6 muestra los puntos de corte del tercil de ingresos totales y

34 Un breve detalle de la encuesta puede ser revisada en los Anexos.

Gráfico 4-6  
 TERCIL DE INGRESOS  
 (Información del trimestre móvil oct-nov-dic de cada año)



Elaboración a partir de la Encuesta Permanente de Empleo (INEI).

de la ocupación principal para el período 2001-2005. Se puede apreciar que para los años 2004 y 2005 los puntos que definen el tercil aumentan levemente influenciados por el alza de la remuneración mínima legal. En general, el corte del primer tercil se ubica alrededor de S/. 407 y el segundo alrededor de S/. 738 en términos mensuales. Con estos puntos de corte podemos clasificar a los afiliados dentro de cada categoría de ingreso.

La distribución del número de afiliados por tipo de ingreso y de cohorte es construida a partir de información de la SBS pero, para este caso, la información disponible sobre remuneraciones es reducida y no cubre a todos los cotizantes en un año -a excepción del año 2001. Sin embargo, todavía existe una brecha importante con el número de afiliados (ver cuadro 5-2). A pesar de que la muestra reducida de afiliados no es una limitación para el análisis, con fines de robustez se construye otra distribución del número de afiliados por ingreso y por edad, pero con información proveniente de la Encuesta Nacional de Hogares (ENAHOG).

El gráfico 5-7 muestra la distribución del número de afiliados por tipo de ingreso y tramo de edad. En general, para la muestra reducida de la SBS los afiliados se concentran en el segundo y tercer tercil de ingresos y se caracterizan por pertenecer a la cohorte más joven.



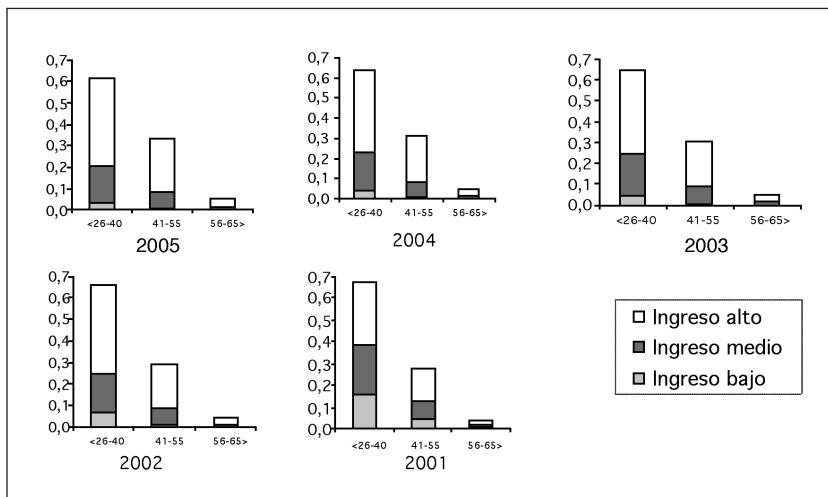
Cuadro 4-2  
EVOLUCIÓN DE LOS AFILIADOS Y CARACTERÍSTICAS  
(Número de personas)

| Año  | Informantes <sup>1/</sup><br>(a) | Cotizantes (b) | Afiliados ©(c) | b/c  | b/PEA | c/PEA |
|------|----------------------------------|----------------|----------------|------|-------|-------|
| 2001 | 1.435.698                        | 1.125.278      | 2.732.071      | 0,41 | 0,11  | 0,27  |
| 2002 | 922.029                          | 1.181.014      | 2.993.782      | 0,39 | 0,11  | 0,29  |
| 2003 | 892.052                          | 1.336.383      | 3.192.503      | 0,42 | 0,13  | 0,30  |
| 2004 | 974.495                          | 1.356.775      | 3.397.047      | 0,30 | 0,13  | 0,31  |
| 2005 | 726.908                          | 1.318.135      | 3.636.876      | 0,36 | 0,12  | 0,33  |

Fuente: SBS.

1/. Se refiere al número de afiliados que presentan información sobre su remuneración mensual.

Gráfico 4-7  
DISTRIBUCIÓN DEL NÚMERO DE AFILIADOS POR TIPO DE INGRESO  
Y POR TRAMO DE EDAD  
(Información disponible al final de cada año)



Elaboración a partir de información disponible sobre remuneraciones y edad de los afiliados (SBS). La clasificación de ingresos fue en base a la Encuesta Permanente de Empleo (INEL).

En el cuadro 4-2 se presenta la evaluación cuantitativa de la demanda cautiva por instrumento financiero. Este cuadro indica que en la actualidad existe una subinversión en instrumentos de renta variable en el mercado local. El resultado se explica principalmente por la subestimación en las preferencias de los afiliados de altos ingresos (menos aversos al riesgo). La subestimación pudo haber sido mayor de ser por el exceso de inversión en este instrumento por parte de los afiliados jóvenes y de ingresos medios. Por otro lado, el análisis indica que la inversión en el exterior se puede extender en 2,4 puntos porcentuales debido a que gran parte de la población de afiliados es joven y, a la vez, tiene preferencias por una mayor inversión en esta clase de instrumentos. En el caso de renta fija local, hay 3,5 puntos porcentuales de diferencia entre los portafolios. Este signo positivo sugiere que la AFP sobreestima la inversión en este activo.

Es valioso mencionar que el cuadro 4-1 muestra diferencias significativas en las asignaciones para la cohorte más joven y de bajos ingresos, pero al ser ponderados por el número relativo de afiliados con estas características las demandas cautivas no superan el 1% en valor absoluto (ver cuadro 4-3). En cambio, para los de ingreso alto y medio las diferencias mostradas en el cuadro 4-1 son magnificadas en el cuadro 4-2 debido a que parte del

Cuadro 4-3  
DEMANDA CAUTIVA POR INSTRUMENTO

| Nivel de ingresos | Cohorte  | Variable local | Fija local | Extranjero |
|-------------------|----------|----------------|------------|------------|
| Ingreso bajo      | <26-40   | 0,83           | 0,08       | -0,92      |
|                   | 41-55    | 0,07           | 0,01       | -0,07      |
|                   | 56-65>   | 0,02           | 0,00       | -0,02      |
| Ingreso medio     | <26-40   | 2,98           | 0,68       | -3,66      |
|                   | 41-55    | 0,07           | 0,17       | -0,24      |
|                   | 56-65>   | 0,00           | 0,03       | -0,03      |
| Ingreso alto      | <26-40   | -2,28          | 1,59       | 0,69       |
|                   | 41-55    | -2,59          | 0,77       | 1,82       |
|                   | 56-65>   | -0,13          | 0,14       | -0,01      |
|                   | $\Sigma$ | -1,03          | 3,47       | -2,43      |

Elaboración propia.

grueso de la población de afiliados se ubica en estos niveles de ingreso. En términos generales, se puede decir que la presencia de afiliados de bajos y medianos ingresos –principalmente estos últimos– compensa los efectos de las preferencias de los afiliados de mayor ingreso sobre el portafolio. Sin este número de afiliados, el análisis arrojaría una subexposición en una mayor cuantía en instrumentos de renta local y extranjera que el reportado en el cuadro 4-2.

Como se mencionó anteriormente, el mismo análisis se realiza con información proveniente de la ENAHO debido a que el análisis anterior se basó en una muestra reducida del número de afiliados. Es valioso saber que la ENAHO identifica un número de afiliados sustancialmente menor al reportado por la SBS. Esta divergencia es comentada por García (2004) y Chacaltana (2004). García (2004) afirma que la SBS estaría informando cuentas individuales en vez de número de afiliados y, por tanto, existiría una duplicación en el número de los afiliados<sup>35</sup>. Por su parte, Chacaltana (2004) menciona que la diferencia puede ser parte de un error de los encuestados: podría existir una confusión en las definiciones de afiliado y cotizante. La hipótesis sugerida por Chacaltana (2004) se sustenta principalmente en que el número de afiliados reportados en la ENAHO es muy cercano al número de cotizantes reportado por la SBS.

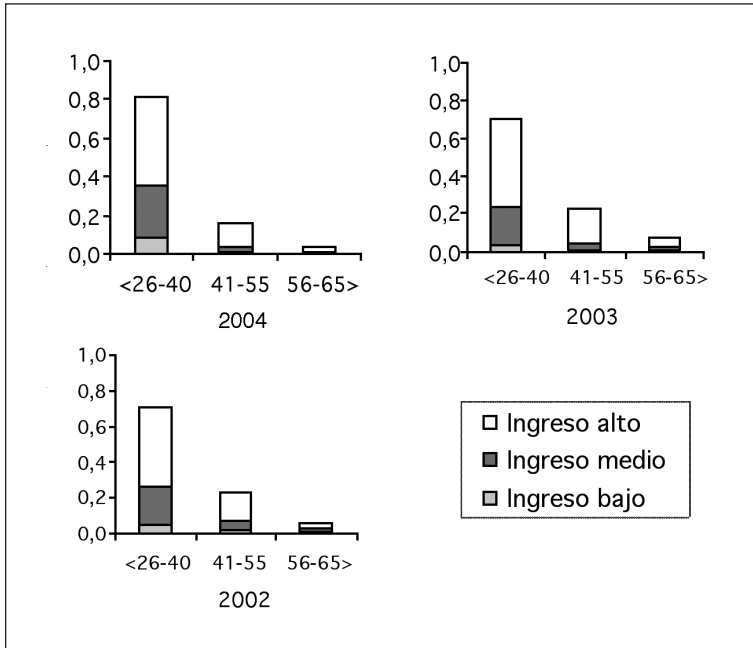
Para poder conocer la distribución de la población total de afiliados por tramo de edad e ingreso nos apoyamos en la muestra de la ENAHO y la proyectamos para el resto de la referida población, para lo que tomamos en cuenta la distribución relativa más que la absoluta. En el gráfico 4-8 se puede observar la distribución de la población de afiliados en la muestra de la ENAHO. La distribución es similar a la obtenida con la muestra reducida de la SBS. Los afiliados están concentrados en la primera cohorte y en los terciles superiores. Para el cálculo de la demanda cautiva por instrumento utilizamos la distribución de afiliados por nivel de ingreso y por tramo de edad, correspondiente al promedio de las encuestas 2002, 2003 y 2004.

El cuadro 4-4 muestra que existe -en forma contraria al primer análisis- un exceso de inversión en instrumentos de renta variable en el mercado local. El resultado se explica por una sobreestimación en las preferencias de los afiliados con ingresos medios y bajos, la cual domina

---

35 En el mencionado trabajo, sin embargo, no se prueba la hipótesis acerca de la mencionada duplicación.

Gráfico 4-8  
DISTRIBUCIÓN DEL NÚMERO DE AFILIADOS POR TIPO  
DE INGRESO Y POR TRAMO DE EDAD  
(Información tomada de la ENAHO)



Fuente: ENAHO 2002, 2003 y 2004.

—en términos cuantitativos— las preferencias de afiliados con mayores ingresos. Sin embargo, el exceso de inversión es pequeño: alrededor de 0,42 puntos porcentuales. La magnitud de la demanda cautiva en el caso de instrumentos de renta fija es similar al del análisis anterior; la diferencia entre la asignación de la AFP y el eficiente es alrededor de 3,5 puntos porcentuales. A diferencia del cuadro 4-2, que utiliza información parcial del número de afiliados, la inversión en el extranjero crece 1,5 puntos porcentuales, pero todavía la diferencia entre las asignaciones no es muy significativa.

La demanda cautiva por instrumentos de inversión no es significativamente grande. Estas diferencias fácilmente podrían ser cubiertas y

Cuadro 4-4  
 DEMANDA CAUTIVA POR INSTRUMENTO  
 (Fuente: ENAHO)

| <i>Nivel de ingresos</i> | <i>Cohorte</i> | <i>Variable local</i> | <i>Fija local</i> | <i>Extranjero</i> |
|--------------------------|----------------|-----------------------|-------------------|-------------------|
| Ingreso bajo             | <26-40         | 1,09                  | 0,11              | -1,19             |
|                          | 41-55          | 0,08                  | 0,01              | -0,09             |
|                          | 56-65>         | 0,06                  | 0,01              | -0,07             |
| Ingreso medio            | <26-40         | 3,57                  | 0,81              | -4,39             |
|                          | 41-55          | 0,04                  | 0,09              | -0,13             |
|                          | 56-65>         | 0,01                  | 0,03              | -0,03             |
| Ingreso alto             | <26-40         | -2,55                 | 1,77              | 0,77              |
|                          | 41-55          | -1,74                 | 0,52              | 1,23              |
|                          | 56-65>         | -0,13                 | 0,15              | -0,01             |
|                          | $\Sigma$       | 0,42                  | 3,49              | -3,92             |

Elaboración propia.

así garantizar que los recursos están siendo asignados eficientemente en términos promedio. El caso de la inversión en instrumentos emitidos en el exterior claramente involucra definir por lo menos 2,4 puntos porcentuales hacia arriba. Esto no es problema dado que consecutivamente los reguladores han estado ampliando este límite. Inclusive, en algunos casos, la magnitud de las ampliaciones ha sido de 6 puntos porcentuales y vale mencionar que estas ampliaciones ocurrieron cuando los mercados internacionales gozaban de menor volatilidad.



## 5. Conclusiones

La regulación del SPP ha sido implementada para proteger a los afiliados del problema agente-principal. El retorno mínimo sobre las inversiones de las AFP y la imposición de los límites sobre la inversión extranjera fueron iniciativas legislativas necesarias en su momento. El desempeño del fondo ha sido bueno en términos de rentabilidad, pero todavía persisten desafíos por superar, tales como la cobertura parcial del sistema previsional, así como la baja contribución en el sistema actual.

El efecto del SPP sobre el mercado de capitales no ha sido estudiado ampliamente, pero la literatura empírica indica que este efecto ha sido positivo en general. Los logros más citados como producto de la reforma de pensiones son la apertura de la información, la transparencia en las prácticas del gobierno corporativo y la mayor liquidez. A nuestro entender, existen pocos estudios que analizan el efecto de manera cuantitativa y esto es lo que motiva el nuestro.

El presente trabajo de investigación se preocupa por la asignación óptima de las inversiones, la que trae consigo mayor eficiencia, información y demanda de fondos en el mercado. La fortaleza de esta relación depende del “círculo virtuoso” que se genera a través de la interacción entre demandantes y oferentes de los fondos.

Se desarrolla un modelo teórico de portafolios de inversión para demostrar que las decisiones de inversiones óptimas dependen de la naturaleza del ingreso esperado y de la edad del afiliado. El modelo implica que los individuos maximizan sobre su horizonte de vida según las diferentes actitudes posibles frente al riesgo. Se utiliza la Encuesta Nacional de Hogares sobre la Medición de Niveles de Vida (ENNIV) para obtener perfiles

de ingreso y de consumo del hogar, los que sirven de base para la construcción de una medida de aversión al riesgo. Esta medida está afectada por la edad, el nivel de educación, el número de personas en el hogar y el área geográfica. Los efectos cohortes y año también son considerados en el análisis. Posteriormente, se utilizan técnicas financieras para construir un portafolio entre activos riesgosos y no riesgosos en el mercado local y extranjero.

Los portafolios eficientes durante el ciclo de vida muestran que individuos más jóvenes y con mayores ingresos desean realizar una mayor inversión en instrumentos de renta variable local a comparación de los que perciben un menor nivel de ingreso. Cerca al período de jubilación, los afiliados desean invertir una proporción cada vez más pequeña de sus fondos en este instrumento. En el caso de la inversión en instrumentos de renta fija, las AFP sobreestiman las preferencias de inversión de todos los afiliados independientemente de su edad y de su nivel de ingreso. Existe una fuerte demanda cautiva por instrumentos emitidos en el exterior, especialmente en el segmento de afiliados jóvenes y con menores ingresos. Las estimaciones sugieren que los afiliados con un alto nivel de ingresos desearían invertir una mayor proporción de sus fondos en instrumentos emitidos en el exterior solo al inicio y al final del período laboral. En general, se puede constatar que las asignaciones de la cohorte próxima a retirarse son cercanas a las realizadas por las AFP.

La distribución del número de afiliados por tipo de ingreso y por tramo de edad sirve como un ponderador en la suma de las diferencias entre asignaciones (AFP vs. eficiente). Esta suma sería un indicador de demanda cautiva por instrumento. En general, los afiliados se concentran en el segundo y en el tercer tercil de ingresos y se caracterizan por pertenecer a la cohorte más joven. Los estimados de demanda cautiva sugieren que la asignación de la inversión en instrumentos de renta variable en el mercado local no es muy diferente del eficiente, lo que significa que, en términos promedio, la AFP asigna los recursos según las preferencias de la población de afiliados. En el caso de activos de renta fija, existe un exceso de inversión alrededor de 3,5 puntos porcentuales. Las estimaciones sugieren que en el caso de instrumentos emitidos en el exterior existe una subestimación en la inversión de portafolio de la AFP. Cuantitativamente, esta diferencia se ubica entre 2,4 y 4 puntos porcentuales.

En el caso de estos tres instrumentos, las diferencias entre las asignaciones no son muy significativas. Estas diferencias fácilmente pueden ser



cubiertas, lo que puede garantizar la correcta asignación de los recursos en términos promedio. El caso de la inversión en instrumentos emitidos en el exterior claramente involucra definir por lo menos 2,4 puntos porcentuales arriba. Esto no es problema dado que consecutivamente los reguladores han ampliado este límite, que en la actualidad llega a 10,5%. En resumen, podemos concluir que la regulación sobre el Sistema Privado de Pensiones (SPP) ha tenido un efecto positivo al no distorsionar las asignaciones eficientes de inversión, es decir: el portafolio de las AFP tiene una distribución eficiente que representa en promedio las preferencias de los afiliados.

La experiencia en Chile, país pionero en el proceso de reformas, indica que existe la necesidad de ofrecer múltiples fondos para las diferentes características de los trabajadores. En el caso peruano, los multifondos abren esta posibilidad, de manera que los mismos afiliados podrían elegir el perfil de riesgo y de retorno esperados de sus inversiones. Los afiliados jóvenes son menos adversos al riesgo que los viejos. Así, a los primeros les gustaría invertir una mayor proporción de su riqueza en activos riesgosos en lugar de activos libres de riesgo pues un premio al riesgo permite alcanzar un mayor retorno esperado, pero también el riesgo sería mayor. El desafío, sin embargo, es invertir en el mercado de capitales de la manera más cercana posible a las preferencias de los afiliados. La ganancia de los multifondos es aprovechar la heterogeneidad de estas preferencias. En términos agregados, como lo demuestra este estudio, las asignaciones son eficientes y no deben de alejarse del contrafactual, pero el escenario es condicional a las realizaciones de los mercados.

En cuanto a las limitaciones del trabajo, podemos mencionar que el consumo observado no se ajusta de manera perfecta al modelo teórico. En términos promedio, el modelo ofrece una tendencia acerca de la dirección del consumo. Asimismo, el modelo es valioso por la optimización intertemporal en las decisiones de consumo y porque demuestra que la aversión al riesgo puede variar a través del tiempo. Además, este modelo puede explicar algunos hechos como las lagunas de las contribuciones o la escasa participación de trabajadores en el sistema de pensiones.

Quedan aún por realizar algunas extensiones en la presente investigación. Una de ellas es obtener medidas de riesgo por nivel de actividad económica e ingreso. Esto podría ser de utilidad ante la presencia de diferencias en los ingresos entre tipos con educación similar. Una interesante

opción a la calibración del modelo sería la estimación de los parámetros profundos, pero, según la evidencia empírica, la identificación del modelo es pobre. Más que estimarlo, se podría tratar de ajustar los principales momentos de la distribución.

## Referencias bibliográficas

Acuña, R. y A. Iglesias

2000 *La reforma de pensiones*. En: Felipe Larraín y Rodrigo Vergara (Eds.): *La transformación económica en Chile*. Santiago: Centro de Estudios Públicos.

Andersson, B.

2000 *Portfolio Allocation Over The Life Cycle: Evidence from Swedish Household Data*. Working paper series 2001:4. Uppsala University, Department of Economics.

Atanassio, O. y M. Browning

1995 «Consumption Over the Life-cycle and Over the Business Cycle». En: *The American Economic Review*, Vol. 85, Nº 5.

Bertaut, C. y M. Haliassos

1997 «Precautionary Portfolio Behavior From a Life-cycle Perspective». En: *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21.

Campbell, J., J. Cocco, F. Gomes y P. Maenhout

1999 *Investing Retirement Wealth? A Life-cycle Model*. Harvard Institute of Economic Research, Discussion paper Number 1896. <<http://www.economics.harvard.edu/hier/2000list.html>>.

Campbell, J., J. Cocco, F. Gomes, P.l Maenhout y L. Viceira

2000 *Stock Market Mean Reversion and the Optimal Equity Allocation*

of a Long-lived Investor. Harvard Institute of Economic Research, Discussion paper number 1899.

Campbell, J. y C. MacKinlay

1997 *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton: Princeton University Press.

Campbell, J. y L. Viceira

2001 «Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-term Investors». Unpublished.

1999 «Consumption and Portfolio Decisions when Expected Returns are Time Varying». En: *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 114, N° 2.

Carroll, Ch.

1992 «The Buffer-Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence». En: *Brooking Papers on Economic Activity* N° 2.

Castillo, M.

2006 «Simulating Law of Motions: The Chilean Case». Unpublished. Santiago: Universidad de Chile.

Chacaltana, J.

2004 *Afiliación a pensiones en un sistema reformado. Políticas de empleo en Perú. - Diagnóstico y Propuesta 11*. Lima: Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES).

Chumacero, R. y S. Berstein.

2005 *Cuantificación de los costos de los límites de inversión para los fondos de pensiones*. Santiago: Superintendencia de Administradoras de Pensiones. Documento N° 3.

Cocco, J., F. Gomes, y P. Maenhout

1998 «Consumption and Portfolio Choice Over the Life-Cycle». Unpublished Paper. Boston: Harvard University.

Constantinides, G., J. Donaldson y R. Mehra

2002 «Junior Can't Borrow: A New Perspective on the Equity Premium Puzzle». En: *Quarterly Journal of Economics*, 117 (1).

- Corbo, V. y K. Schimdt-Hebbel  
2003 «Efectos macroeconómicos de la reforma de pensiones en Chile». En: CIEDESS (Eds.). *Resultados y Desafíos de la Reforma al Sistema de Pensiones*. Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones.
- Cuanto  
2000 Informe metodológico de la Encuesta Nacional de Hogares sobre Medición de Niveles de Vida (ENNIV 2000). Lima: Instituto Cuanto.
- Dammon, R., Ch. Spatt y H. Zang  
2001 «Optimal Consumption and Investment with Capital Tax Gains». En: *Review of Financial Studies* 14.
- Davis, S. y P. Willen  
2000 «Using financial Assets to Hedge Labor Income Risks: Estimating the Benefits». Manuscript. Chicago: University of Chicago. Disponible en: <[http://www.bos.frb.org/economic/econbios/willen/risk\\_shu2s.pdf](http://www.bos.frb.org/economic/econbios/willen/risk_shu2s.pdf)>.
- Deaton, A.  
1989 *Savings and Liquidity Constraints*. National Bureau of Economic Research. Working paper N° 3196.
- Deaton, A. y G. Laroque  
1992 «On the Behaviour of Commodity Prices». En: *The Review of Economic Studies*, Vol. 59, N° 1.
- Deaton, A. y Ch. Paxson  
1994 «Saving, Growth and Aging in Taiwan». En: D. Wise (ed.) *Studies in the Economics of Aging*. NBER project report series. Chicago: University of Chicago Press.
- Gill, I., P. Truman y Y. Juan  
2003 *Keeping the Promise of Old Age Income Security in Latin America: A Regional Study of Social Security Reforms*. Washington, D.C.: World Bank.

Gakidis, H.

1999 «Earnings Uncertainty and Life-cycle Portfolio Choice». Manuscript, MIT.

Gallant, R. y G. Tauchen

1990 *SNP: A Program for Nonparametric Time Series Analysis*. Version 9.0. Time Series Analysis.

García, N.

2004 «Los obstáculos en el mercado de trabajo a la expansión del Sistema de Pensiones. Políticas de Empleo en Perú - Diagnóstico y Propuesta 11. Lima: Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES).

Gourieroux, Ch., J.P. Laurent y O. Scaillet

2000 «Sensitivity Analysis of Values of Risk». En: *Journal of Empirical Finance* 7.

Gourinchas, P. y J. Parker

2003 «Consumption over the Life-cycle». En: *Econometría* Vol. 70, N° 1.

Haliassos, M. y A. Michelaidis

2000 «Calibration and Consumption of Household Portfolio Models». En: Luigi Guiso, Michael Haliassos y Tullio Jappelli (eds.). *Household Portfolios* forthcoming from MIT .

Heaton, J. y D. Lucas

1997 «Market Frictions, Saving Behavior and Portfolio Choice». En: *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 1.

Holzmann, R.

1997 *Pension Reform, Financial Market Development and Economic Growth: Preliminary Evidence from Chile*. Washington, D.C: IMF Staff papers N° 44.

Judd, K.

1998 *Numerical Methods in Economics*. Published by Massachusetts Institute of Technology, the MIT Press, Cambridge.

Kiefer, M.

- 2004 «Evaluación de los 22 años del Sistema Privado de Pensiones en Chile». En: Hujo, Mesa-Lago y Nitsch (Eds.). *¿Público y privado?: Los sistemas de pensiones en América Latina después de dos décadas de reformas*. 1A. Ed. Caracas, Venezuela: Nueva Sociedad.

Koo, H. K.

- 1998 «Consumption and Portfolio Selection with Labor Income: A Continuous Time Approach». En: *Mathematical finance*, Vol. 8.

Markowitz, H.

- 1952 «Portfolio Selection». En: *Journal of Finance*, Vol. 8 N° 1.

Morris, F.

- 1999 Diagnóstico de los costos del Sistema Privado de Pensiones y de la Superintendencia de AFP. Mimeo.

Muñoz, I.

- 2000 «La reforma del Sistema Privado de Pensiones». En: Roberto Abusada, Fritz Du Bois, Eduardo Morón y José Valderrama (Eds.). *La Reforma incompleta. Rescatando los Noventas*. Lima: Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico (CIUP); Instituto Peruano de Economía (IPE).

Núñez, J.

- 2005 *Bandas de rentabilidad mínima y comportamiento manada en las AFP: Chile 1995-2004*. Santiago: Universidad de Chile.

Paz, J. y R. Ugaz

- 2003 *Análisis del Sistema Privado de Pensiones desde un enfoque de costos hundidos endógenos*. Lima: Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES).

Samuelson, P.

- 1969 «Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming». En: *Review of Economics and Statistics*, N° 51.

Saavedra, J. y M. Valdivia

2003 *Estructura del hogar y ahorro durante el ciclo de vida: Evidencia de las cohortes peruanas*. Grupo de Análisis para el Desarrollo, Documento de trabajo 42.

Storesletten, K., Ch. Telmer y A. Yaron.

2000 *Consumption and Risk Sharing Over the Life-cycle*. NBER Working papers N° 7995, National Bureau of Economic Research, Inc.

Szegö, G.

2002 «Measures of Risk». En: *Journal of Banking & Finance* 26.

Viceira, L.

2001 «Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investors with Non-tradable Labor Income». En: *Journal of Finance*, Vol. 55.

Walker, E. y F. LeFort

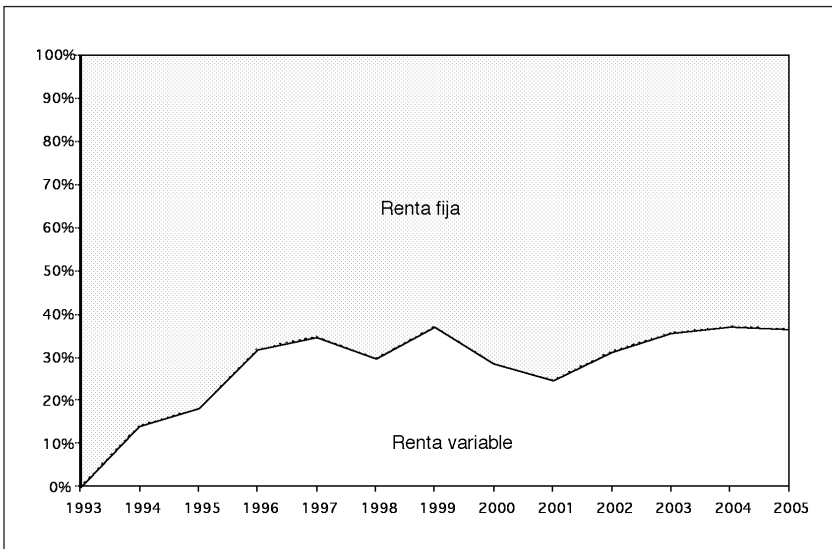
2002 *Pension Reform and Capital Markets: Are There Any (Hard) Links?* Washington D.C.: World Bank, Social Protection Paper N° 0201.



# Anexos

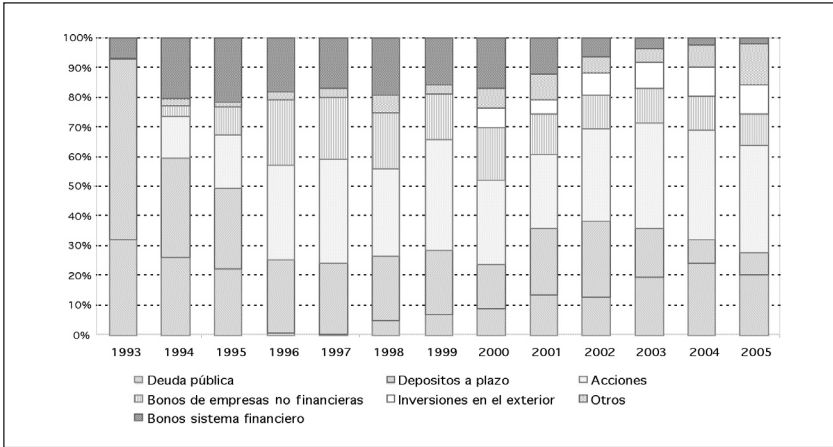
## 1. SISTEMA DE PENSIONES PERUANO

Gráfico 1  
ASIGNACIÓN PORCENTUAL EN ACTIVOS



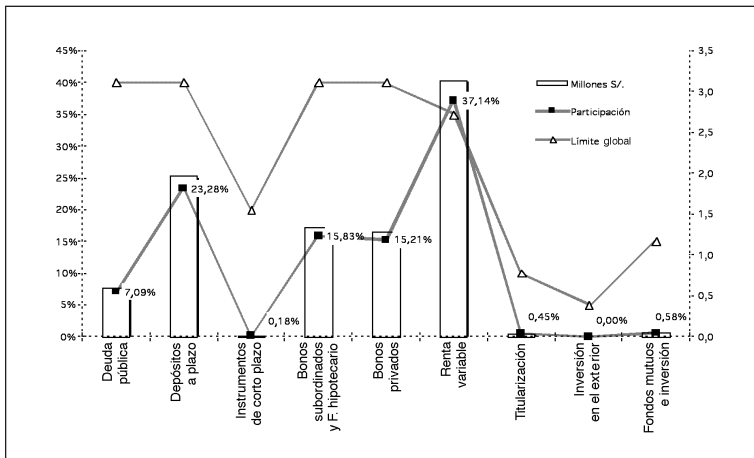
Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros del Perú.

Gráfico 2  
PORTAFOLIO DE INVERSIÓN  
(Estructura porcentual)



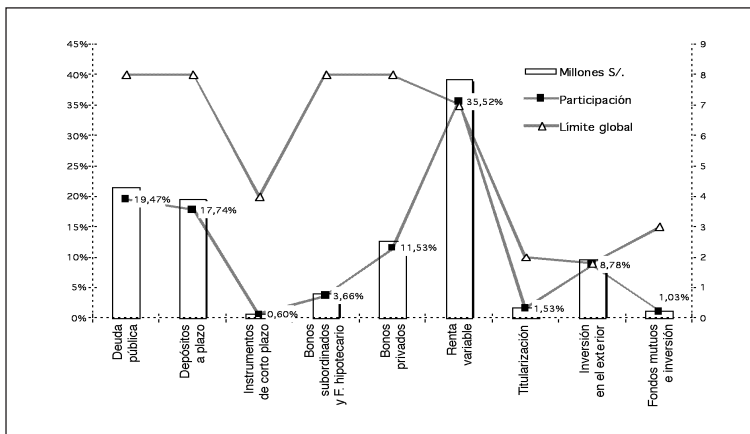
Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros del Perú y Ministerio de Economía y Finanzas.

Gráfico 3  
LÍMITES DE INVERSIÓN  
(Año 1999)



Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros del Perú.

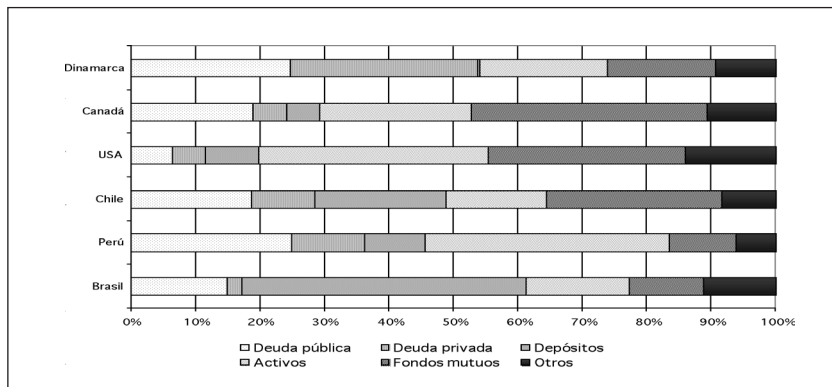
Gráfico 4  
LÍMITES DE INVERSIÓN  
(Año 2003)



Fuente: Superintendencia de Banca y Seguros del Perú.

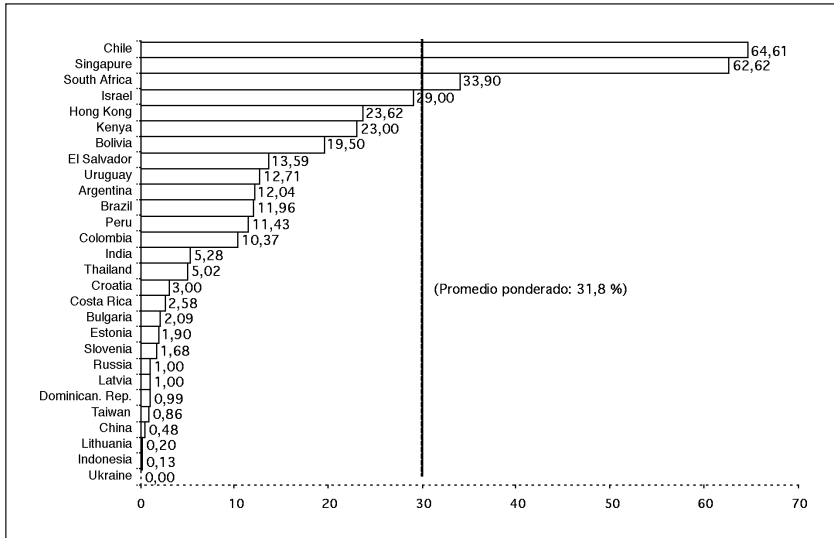
## 2. COMPARACIÓN INTERNACIONAL ENTRE FONDOS DE PENSIONES

Gráfico 5  
PORTAFOLIO DE LOS FONDOS DE PENSIONES 2004  
(Países seleccionados)



Fuente: OECD.

Gráfico 6  
TAMAÑO DEL FONDO DE PENSIONES 2004  
(Como porcentaje del PIB)



Fuente: OECD.

### 3. CARACTERÍSTICAS DE LOS DATOS EN LA ENCUESTA NACIONAL DE NIVELES DE VIDA 1994, 1997 Y 2000

Cuadro 1  
GASTO EN BIENES NO DURABLES DE LA FAMILIA  
(En logaritmos)

| Rango de edad | Obs. | Gasto  | Std.   | Min.   | Máx.    | Sk <sup>1/</sup> |
|---------------|------|--------|--------|--------|---------|------------------|
| ENNIV 1994    |      |        |        |        |         |                  |
| 26-30         | 358  | 8,9277 | 0,6462 | 6,9198 | 10,8520 | 0,2768           |
| 31-35         | 414  | 8,9619 | 0,6860 | 6,6738 | 11,2185 | 0,3791           |
| 36-40         | 420  | 9,0546 | 0,6876 | 6,8000 | 10,9253 | 0,1386           |
| 41-45         | 401  | 9,0949 | 0,6589 | 6,8721 | 10,9553 | 0,0049           |

| <i>Rango de edad</i> | Obs. | Gasto  | Std.   | Min.   | Máx.    | Sk <sup>1/</sup> |
|----------------------|------|--------|--------|--------|---------|------------------|
| 46-50                | 305  | 9,1760 | 0,6952 | 6,1016 | 11,2113 | 0,0043           |
| 51-55                | 289  | 9,0660 | 0,7369 | 6,7213 | 11,4722 | 0,1774           |
| 56-60                | 213  | 8,9868 | 0,8255 | 5,8360 | 11,3042 | 0,0043           |
| 61-65                | 162  | 8,9244 | 0,8479 | 6,2340 | 11,0621 | 0,2684           |
| 66-70                | 101  | 8,8979 | 0,7855 | 6,6804 | 11,3268 | 0,3786           |
| 71-75                | 59   | 8,6949 | 0,6896 | 6,3387 | 9,8255  | 0,0098           |
| ENNIV 1997           |      |        |        |        |         |                  |
| 26-30                | 416  | 8,9276 | 0,6284 | 7,1201 | 10,6763 | 0,5042           |
| 31-35                | 444  | 9,0171 | 0,6299 | 7,2128 | 11,3006 | 0,2990           |
| 36-40                | 534  | 9,0516 | 0,6464 | 7,0539 | 11,2478 | 0,2539           |
| 41-45                | 398  | 9,1289 | 0,5798 | 6,7509 | 11,1501 | 0,0301           |
| 46-50                | 324  | 9,0749 | 0,6535 | 7,2529 | 10,8212 | 0,3720           |
| 51-55                | 237  | 9,1802 | 0,6935 | 7,5282 | 11,0743 | 0,9548           |
| 56-60                | 222  | 9,0705 | 0,6891 | 7,0399 | 10,8384 | 0,0364           |
| 61-65                | 163  | 8,9787 | 0,7775 | 6,4188 | 10,6883 | 0,0021           |
| 66-70                | 118  | 8,8888 | 0,8751 | 6,9239 | 10,9038 | 0,5263           |
| 71-75                | 72   | 8,6506 | 0,7302 | 7,1554 | 10,3656 | 0,6961           |
| ENNIV 2000           |      |        |        |        |         |                  |
| 26-30                | 400  | 8,9893 | 0,6170 | 7,5145 | 11,3181 | 0,0010           |
| 31-35                | 493  | 9,1343 | 0,5502 | 7,5916 | 11,0429 | 0,0276           |
| 36-40                | 536  | 9,1612 | 0,5413 | 7,7563 | 10,7470 | 0,0435           |
| 41-45                | 514  | 9,1952 | 0,5953 | 7,1997 | 11,2786 | 0,0429           |
| 46-50                | 465  | 9,2391 | 0,5542 | 7,2886 | 10,9280 | 0,4369           |
| 51-55                | 385  | 9,2438 | 0,6179 | 6,8958 | 11,4965 | 0,0348           |
| 56-60                | 285  | 9,1550 | 0,6054 | 7,3660 | 10,7132 | 0,7165           |
| 61-65                | 233  | 9,0780 | 0,6466 | 7,4565 | 11,0464 | 0,5970           |
| 66-70                | 184  | 8,9736 | 0,6353 | 7,2428 | 10,6219 | 0,3173           |
| 71-75                | 122  | 8,9133 | 0,7883 | 6,7408 | 10,5731 | 0,2793           |

Fuente: ENNIV 2000, 1997 y 1994.

1./ Sk es el test de Normalidad convencional evaluado en un Chi2(2).

Cuadro 2  
INGRESO LABORAL DE LA FAMILIA  
(En logaritmos)

| <i>Rango de edad</i> | <i>Obs.</i> | <i>Ingreso</i> | <i>Std.</i> | <i>Min.</i> | <i>Máx.</i> | <i>Sk</i> <sup>1/</sup> |
|----------------------|-------------|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------|
| ENNIV 1994           |             |                |             |             |             |                         |
| 26-30                | 357         | 8,7883         | 1,0658      | 4,3944      | 11,9642     | 0,0001                  |
| 31-35                | 411         | 8,8461         | 1,0815      | 0,6202      | 11,7590     | 0,0000                  |
| 36-40                | 420         | 8,8874         | 1,1381      | 2,9358      | 11,4202     | 0,0000                  |
| 41-45                | 399         | 8,9479         | 1,0527      | 3,3386      | 11,6583     | 0,0000                  |
| 46-50                | 303         | 9,1422         | 1,0616      | 4,4041      | 11,7085     | 0,0000                  |
| 51-55                | 284         | 8,8289         | 1,4170      | 1,7045      | 11,8450     | 0,0000                  |
| 56-60                | 212         | 8,8398         | 1,2673      | 4,2727      | 11,3030     | 0,0000                  |
| 61-65                | 157         | 8,8863         | 1,1210      | 5,4485      | 12,5311     | 0,0062                  |
| 66-70                | 98          | 8,6709         | 1,1954      | 4,6511      | 11,5732     | 0,0059                  |
| 71-75                | 55          | 8,3759         | 1,4249      | 2,7742      | 10,4696     | 0,0003                  |
| ENNIV 1997           |             |                |             |             |             |                         |
| 26-30                | 416         | 8,7639         | 1,0278      | 3,9757      | 12,1378     | 0,0001                  |
| 31-35                | 444         | 8,8210         | 0,9624      | 5,2508      | 12,0141     | 0,0000                  |
| 36-40                | 532         | 8,8752         | 0,9495      | 5,6013      | 12,0418     | 0,0181                  |
| 41-45                | 395         | 8,9992         | 0,9632      | 5,4225      | 11,9111     | 0,0000                  |
| 46-50                | 323         | 8,9527         | 1,1385      | 1,9061      | 11,9453     | 0,0000                  |
| 51-55                | 235         | 9,0728         | 1,0454      | 4,7626      | 11,5861     | 0,0001                  |
| 56-60                | 219         | 8,8569         | 1,1101      | 4,0593      | 11,6526     | 0,0004                  |
| 61-65                | 163         | 8,6554         | 1,3305      | 1,0429      | 11,3967     | 0,0000                  |
| 66-70                | 117         | 8,5779         | 1,3539      | 5,0576      | 11,4631     | 0,4997                  |
| 71-75                | 70          | 7,9622         | 1,7092      | 0,6788      | 11,3014     | 0,0001                  |
| ENNIV 2000           |             |                |             |             |             |                         |
| 26-30                | 399         | 8,9072         | 1,0511      | 0,4442      | 11,6639     | 0,0000                  |
| 31-35                | 490         | 9,0523         | 1,0262      | 0,2465      | 11,4995     | 0,0000                  |
| 36-40                | 534         | 9,1537         | 0,9389      | 2,7416      | 12,2540     | 0,0000                  |
| 41-45                | 510         | 9,1946         | 1,0181      | 0,4442      | 12,2801     | 0,0000                  |
| 46-50                | 461         | 9,3404         | 0,9206      | 4,8830      | 12,2758     | 0,0000                  |
| 51-55                | 382         | 9,3564         | 1,0387      | 5,3604      | 12,2585     | 0,0000                  |
| 56-60                | 278         | 9,1015         | 1,2246      | 0,2575      | 11,8762     | 0,0000                  |
| 61-65                | 226         | 8,9467         | 1,3489      | 0,4569      | 12,1859     | 0,0000                  |
| 66-70                | 163         | 8,7525         | 1,4040      | 0,4569      | 12,3174     | 0,0000                  |
| 71-75                | 97          | 8,7177         | 1,5004      | 0,4493      | 11,2947     | 0,0000                  |

Fuente: ENNIV 2000, 1997 y 1994.

1./ Sk es un test de normalidad convencional evaluado en un Chi2(2).

Cuadro 3  
TAMAÑO DEL HOGAR<sup>1/</sup>: (NPH)  
(ENNIV 1994)

|            | Nivel educativo |            |          |
|------------|-----------------|------------|----------|
|            | Primaria        | Secundaria | Superior |
| Obs.       | 1.248           | 978        | 490      |
| Promedio   | 3,4910          | 2,7157     | 2,2122   |
| Desv. Est. | 2,3200          | 1,9358     | 1,5612   |
| Min.       | 1               | 1          | 1        |
| Máx.       | 16              | 13         | 11       |

Fuente: ENNIV 1994.

1/. Número de individuos en el hogar.

Cuadro 4  
TAMAÑO DEL HOGAR<sup>1/</sup>: (NPH)  
(ENNIV 1997)

|            | Nivel educativo |            |          |
|------------|-----------------|------------|----------|
|            | Primaria        | Secundaria | Superior |
| Obs.       | 1.188           | 1.237      | 685      |
| Promedio   | 5,3813          | 5,1818     | 4,7168   |
| Desv. Est. | 2,3177          | 2,0995     | 1,8189   |
| Min.       | 1               | 1          | 1        |
| Máx.       | 17              | 17         | 17       |

Fuente: ENNIV 1997.

1/. Número de individuos en el hogar.

Cuadro 5  
TAMAÑO DEL HOGAR<sup>1/</sup>: (NPH)  
(ENNIV 2000)

|           | Tamaño del hogar |            |          |
|-----------|------------------|------------|----------|
|           | Primaria         | Secundaria | Superior |
| Obs.      | 1.395            | 1.473      | 830      |
| Mean      | 4,6466           | 4,5506     | 4,2831   |
| Std. Dev, | 2,2346           | 2,0577     | 1,8556   |
| Min.      | 1                | 1          | 1        |
| Máx.      | 15               | 15         | 11       |

Fuente: ENNIV 2000.

1/. Número de individuos en el hogar.

Cuadro 6  
UBICACIÓN GEOGRÁFICA Y CARACTERÍSTICAS DEL HOGAR  
(ENNIV 1994)

|                  | Área   |         |
|------------------|--------|---------|
|                  | Rural  | Urbana  |
| Ingreso laboral  | 8,2607 | 9,2374  |
| Tamaño del hogar | 3,4203 | 2,8592  |
| Gasto            | 8,5661 | 9,2816  |
| Ingreso total    | 8,8928 | 9,6625  |
| Educación        | 7,5205 | 10,3594 |

Fuente: ENNIV 1994. Nota: el ingreso total, laboral y consumo se encuentran expresados en logaritmos, el tamaño del hogar en número de personas y la educación, en años.



Cuadro 7  
UBICACIÓN GEOGRÁFICA Y CARACTERÍSTICAS DEL HOGAR  
(ENNIV 1997)

|                  | Área   |         |
|------------------|--------|---------|
|                  | Rural  | Urbano  |
| Ingreso laboral  | 8,2532 | 9,2101  |
| Tamaño del hogar | 5,1393 | 5,0186  |
| Gasto            | 8,6024 | 9,3016  |
| Ingreso total    | 8,5878 | 9,5809  |
| Educación        | 8,1882 | 10,9126 |

Fuente: ENNIV 1997. Nota: el ingreso total, laboral y consumo se encuentran expresados en logaritmos, el tamaño del hogar en número de personas y la educación, en años.

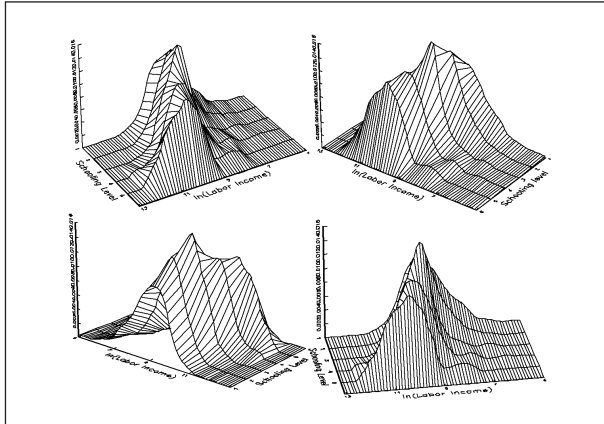
Cuadro 8  
UBICACIÓN GEOGRÁFICA Y CARACTERÍSTICAS DEL HOGAR  
(ENNIV 2000)

|                  | Área   |         |
|------------------|--------|---------|
|                  | Rural  | Urbano  |
| Ingreso laboral  | 8,5489 | 9,3649  |
| Tamaño del hogar | 4,4025 | 4,5595  |
| Gasto            | 8,8598 | 9,2486  |
| Ingreso total    | 9,1294 | 9,7529  |
| Educación        | 8,2545 | 10,7848 |

Fuente: ENNIV 2000. Nota: el ingreso total, laboral y consumo se encuentran expresados en logaritmos, el tamaño del hogar en número de personas y la educación, en años.

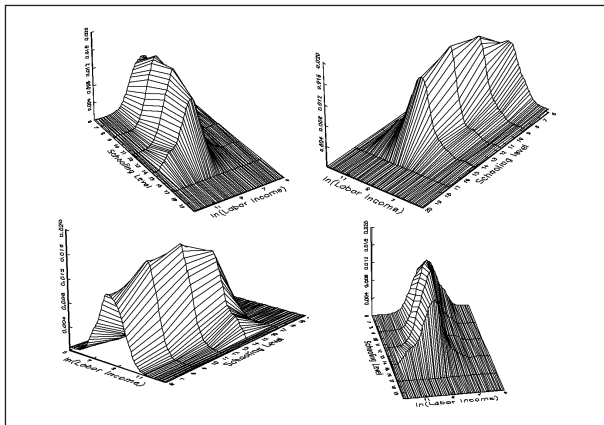
Gráfico 7  
DISTRIBUCIÓN DE INGRESOS  
(En logaritmos)

Año 2000



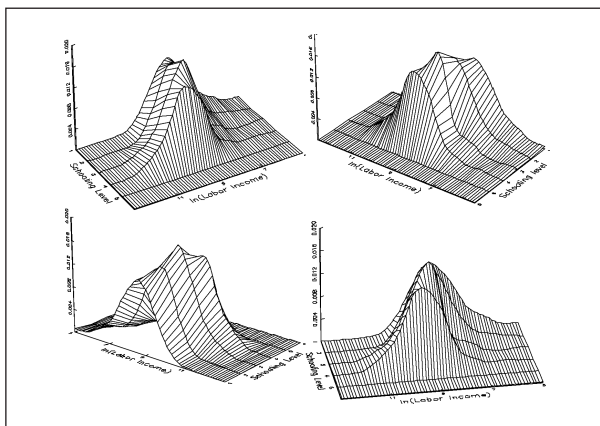
Fuente: ENNIV 2000. Nota: Los años de educación tienen la siguiente escala en orden ascendente: 6, 11, 13, 16, 18 años.

Año 1997



Fuente: ENNIV 1997. Nota: Los años de educación tienen la siguiente escala en orden ascendente: 6, 11, 16 y 18 años.

Año 1994



Fuente: ENNIV 1994. Nota: Los años de educación tienen la siguiente escala en orden ascendente: 6, 11, 16, 18 años.

4. ESTIMACIONES CON LA ENCUESTA NACIONAL DE NIVELES DE VIDA 1994, 1997 Y 2000

Cuadro 9  
NIVEL DE CONSUMO DEL HOGAR

(Nivel educativo: Primaria. Variable dependiente: Log del consumo de bienes no durables)

|           | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std. robusto</i> | <i>t</i> | <i>P &gt;  t </i> | <i>95% Interv. Conf.</i> |         |
|-----------|--------------|--------------------------|----------|-------------------|--------------------------|---------|
| Edad      | 0,0348       | 0,0070                   | 4,9500   | 0,0000            | 0,0210                   | 0,0485  |
| Edad^2    | -0,0003      | 0,0001                   | -4,4000  | 0,0000            | -0,0004                  | -0,0001 |
| Área      | 0,3322       | 0,0197                   | 16,8900  | 0,0000            | 0,2937                   | 0,3708  |
| Nph       | 0,1683       | 0,0113                   | 14,9200  | 0,0000            | 0,1462                   | 0,1904  |
| Lpib      | 0,2425       | 0,0200                   | 12,1500  | 0,0000            | 0,2033                   | 0,2816  |
| Coh       | 0,0066       | 0,0038                   | 1,7600   | 0,0780            | -0,0007                  | 0,0140  |
| _cons     | -5,9373      | 7,5112                   | -0,7900  | 0,4290            | -20,6641                 | 8,7894  |
| Nº de Obs | 3.465        | F(6,3458)                | 197,54   | Raíz MSE          | 0,52662                  |         |
| R2        | 0,2362       | Prob > F                 | 0,0000   |                   |                          |         |

Estimaciones propias. Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000. Área= 0 rural y 1 urbana, Nph= número de personas en el hogar, Lpib = log del PIB departamental y coh= fecha de nacimiento.

Cuadro 10

## NIVEL DE CONSUMO DEL HOGAR

(Nivel educativo: Secundaria. Variable dependiente: Log del consumo de bienes no durables)

|           | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std.<br/>Robusto</i> | <i>t</i> | <i>P&gt; t </i> | <i>95% Interu. Conf.</i> |         |
|-----------|--------------|------------------------------|----------|-----------------|--------------------------|---------|
| Edad      | -0,0717      | 0,0325                       | -2,2100  | 0,0270          | -0,1353                  | -0,0080 |
| Edad^2    | 0,0017       | 0,0007                       | 2,4000   | 0,0160          | 0,0003                   | 0,0031  |
| Edad^3    | 0,0000       | 0,0000                       | -2,7300  | 0,0060          | 0,0000                   | 0,0000  |
| Área      | 0,3124       | 0,0210                       | 14,8500  | 0,0000          | 0,2712                   | 0,3537  |
| Nph       | 0,1351       | 0,0122                       | 11,1000  | 0,0000          | 0,1112                   | 0,1590  |
| Lpib      | 0,1753       | 0,0187                       | 9,3500   | 0,0000          | 0,1385                   | 0,2121  |
| Coh       | -0,0120      | 0,0038                       | -3,1600  | 0,0020          | -0,0195                  | -0,0045 |
| _cons     | 32,8677      | 7,6159                       | 4,3200   | 0,0000          | 17,9353                  | 47,8001 |
| N° de Obs | 3.257        | F(7,3249)                    | 121.55   | Raíz MSE        | 0,49512                  |         |
| R2        | 0,1944       | Prob > F                     | 0,0000   |                 |                          |         |

Estimaciones propias. Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000. Área = 0 rural y 1 urbana, Nph= número de personas en el hogar, Lpib = log del PIB departamental y coh= fecha de nacimiento.

Cuadro 11

## NIVEL DE CONSUMO DEL HOGAR

(Nivel educativo: Superior. Variable dependiente: Log del consumo de bienes no durables)

|           | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std.<br/>Robusto</i> | <i>t</i> | <i>P&gt; t </i> | <i>95% Interu. Conf.</i> |         |
|-----------|--------------|------------------------------|----------|-----------------|--------------------------|---------|
| Edad      | -0,0112      | 0,0060                       | -1,8600  | 0,0630          | -0,0230                  | 0,0006  |
| Área      | 0,3500       | 0,0453                       | 7,7200   | 0,0000          | 0,2611                   | 0,4388  |
| Nph       | 0,0950       | 0,0205                       | 4,6300   | 0,0000          | 0,0548                   | 0,1352  |
| Lpib      | 0,1883       | 0,0270                       | 6,9700   | 0,0000          | 0,1353                   | 0,2413  |
| Coh       | -0,0196      | 0,0059                       | -3,3300  | 0,0010          | -0,0312                  | -0,0081 |
| _cons     | 47,6439      | 11,7828                      | 4,0400   | 0,0000          | 24,5346                  | 70,7532 |
| N° de Obs | 1.813        | F(5,1807)                    | 44,04    | Raíz MSE        | 0,5549                   |         |
| R2        | 0,1087       | Prob > F                     | 0,0000   |                 |                          |         |

Estimaciones propias. Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000. Área = 0 rural y 1 urbana, Nph= número de personas en el hogar, Lpib = log del PIB departamental y coh= fecha de nacimiento.

Cuadro 12  
 NIVEL DE INGRESO LABORAL DEL HOGAR  
 (Nivel educativo: Primaria. Variable dependiente: Log del ingreso laboral dependiente más independiente)

|           | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std. Robusto</i> | <i>t</i> | <i>P&gt; t </i> | <i>95% Interv. Conf.</i> |         |
|-----------|--------------|--------------------------|----------|-----------------|--------------------------|---------|
| Edad      | -0,1260      | 0,0626                   | -2,0100  | 0,0440          | -0,2488                  | -0,0032 |
| Edad^2    | 0,0036       | 0,0013                   | 2,7400   | 0,0060          | 0,0010                   | 0,0062  |
| Edad^3    | 0,0000       | 0,0000                   | -3,1300  | 0,0020          | 0,0000                   | 0,0000  |
| Área      | 0,6597       | 0,0369                   | 17,8700  | 0,0000          | 0,5873                   | 0,7321  |
| Nph       | 0,2751       | 0,0205                   | 13,4300  | 0,0000          | 0,2349                   | 0,3153  |
| Lpib      | 0,2348       | 0,0364                   | 6,4400   | 0,0000          | 0,1634                   | 0,3063  |
| Coh       | 0,0130       | 0,0071                   | 1,8200   | 0,0680          | -0,0010                  | 0,0271  |
| _cons     | -16,9992     | 14,3130                  | -1,1900  | 0,2350          | -45,0621                 | 11,0637 |
| Nº de Obs | 3.415        | F(7,3407)                | 137,68   | Raíz MSE        | 0,98078                  |         |
| R2        | 0,1971       | Prob > F                 | 0,0000   |                 |                          |         |

Estimaciones propias. Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000. Área= 0 rural y 1 urbana, Nph= número de personas en el hogar, Lpib = log del PIB departamental y coh= fecha de nacimiento.

Cuadro 13  
 NIVEL DE INGRESO LABORAL DEL HOGAR  
 (Nivel educativo: Secundaria. Variable dependiente: Log del ingreso laboral dependiente más independiente)

|           | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std. Robusto</i> | <i>t</i> | <i>P&gt; t </i> | <i>95% Interv. Conf.</i> |         |
|-----------|--------------|--------------------------|----------|-----------------|--------------------------|---------|
| Edad      | -0,1751      | 0,0641                   | -2,7300  | 0,0060          | -0,3008                  | -0,0494 |
| Edad^2    | 0,0043       | 0,0015                   | 2,9300   | 0,0030          | 0,0014                   | 0,0071  |
| Edad^3    | 0,0000       | 0,0000                   | -3,0200  | 0,0030          | -0,0001                  | 0,0000  |
| Área      | 0,5471       | 0,0420                   | 13,0300  | 0,0000          | 0,4647                   | 0,6295  |
| Nph       | 0,2131       | 0,0243                   | 8,7800   | 0,0000          | 0,1656                   | 0,2607  |
| Lpib      | 0,2183       | 0,0341                   | 6,4000   | 0,0000          | 0,1515                   | 0,2852  |
| _cons     | 10,0810      | 0,9154                   | 11,0100  | 0,0000          | 8,2862                   | 11,8757 |
| Nº de Obs | 3.230        | F(6,3223)                | 73,76    | Raíz MSE        | 0,89497                  |         |
| R2        | 0,1473       | Prob > F                 | 0,0000   |                 |                          |         |

Estimaciones propias. Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000. Área= 0 rural y 1 urbana, Nph= número de personas en el hogar, Lpib = log del PIB departamental y coh= fecha de nacimiento.

Cuadro 14  
 NIVEL DE INGRESO LABORAL DEL HOGAR  
 (Nivel educativo: Superior. Variable dependiente: Log del ingreso laboral dependiente más independiente)

|           | Coef.   | Err. Std.<br>Robusto | t       | P> t     | 95% Interv. Conf. |         |
|-----------|---------|----------------------|---------|----------|-------------------|---------|
| Edad      | 0,0612  | 0,0222               | 2,7500  | 0,0060   | 0,0176            | 0,1048  |
| Edad^2    | -0,0006 | 0,0003               | -2,3500 | 0,0190   | -0,0011           | -0,0001 |
| Área      | 0,4776  | 0,0785               | 6,0800  | 0,0000   | 0,3236            | 0,6315  |
| Nph       | 0,1648  | 0,0299               | 5,5200  | 0,0000   | 0,1063            | 0,2234  |
| Lpib      | 0,2190  | 0,0426               | 5,1400  | 0,0000   | 0,1353            | 0,3026  |
| _cons     | 7,1383  | 0,4543               | 15,7100 | 0,0000   | 6,2473            | 8,0293  |
| N° de Obs | 1.789   | F(5,1783)            | 29,63   | Raíz MSE | 0,90885           |         |
| R2        | 0,0718  | Prob > F             | 0,0000  |          |                   |         |

Estimaciones propias. Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000. Área= 0 rural y 1 urbana, Nph= número de personas en el hogar, Lpib = log del PIB departamental y coh= fecha de nacimiento.

Cuadro 15  
 VARIANZA DEL PROCESO ESTOCÁSTICO DEL INGRESO LABORAL  
 (Nivel educativo: Primaria)

|                | Coef.   | Err. Std.<br>Robusto | t       | P> t     | 95% Interv. Conf. |         |
|----------------|---------|----------------------|---------|----------|-------------------|---------|
| $\sigma_n^2$   | 0,01132 | 0,00473              | 2,39000 | 0,02100  | 0,00181           | 0,02083 |
| $2 \sigma_u^2$ | 1,22397 | 0,13450              | 9,10000 | 0,00000  | 0,95355           | 1,49440 |
| $\sigma_u^2$   | 0,61199 | 0,06725              |         |          |                   |         |
| N° de Obs      | 50      | F(1,48)              | 5,73    | Raíz MSE | 0,48267           |         |
| R2             | 0,1067  | Prob > F             | 0,0206  |          |                   |         |

Estimaciones propias.  
 Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000.

Cuadro 16  
 VARIANZA DEL PROCESO ESTOCÁSTICO DEL INGRESO LABORAL  
 (Nivel educativo: Secundaria)

|                | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std. Robusto</i> | <i>t</i> | <i>P&gt; t </i> | <i>95% Interv. Conf.</i> |         |
|----------------|--------------|--------------------------|----------|-----------------|--------------------------|---------|
| $\sigma_n^2$   | 0,01142      | 0,00473                  | 2,41000  | 0,02000         | 0,00191                  | 0,02094 |
| $2 \sigma_u^2$ | 1,22120      | 0,13459                  | 9,07000  | 0,00000         | 0,95058                  | 1,49182 |
| $\sigma_u^2$   | 0.61060      | 0.06730                  |          |                 |                          |         |
| Nº de Obs.     | 50           | F(1,48)                  | 5,83     | Raíz MSE        | 0,48302                  |         |
| R2             | 0,1082       | Prob > F                 | 0,064    |                 |                          |         |

Estimaciones propias.

Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000.

Cuadro 17  
 VARIANZA DEL PROCESO ESTOCÁSTICO DEL INGRESO LABORAL  
 (Nivel educativo: Superior)

|                | <i>Coef.</i> | <i>Err. Std. Robusto</i> | <i>t</i> | <i>P&gt; t </i> | <i>95% Interv. Conf.</i> |         |
|----------------|--------------|--------------------------|----------|-----------------|--------------------------|---------|
| $\sigma_n^2$   | 0,03005      | 0,01585                  | 1,90000  | 0,06400         | -0,00182                 | 0,06193 |
| $2 \sigma_u^2$ | 0,92801      | 0,45077                  | 2,06000  | 0,04500         | 0,02167                  | 1,83435 |
| $\sigma_u^2$   | 0,46401      | 0,22539                  |          |                 |                          |         |
| Nº de Obs.     | 50           | F(1,48)                  | 3,59     | Raíz MSE        | 1,6177                   |         |
| R2             | 0,0697       | Prob > F                 | 0,064    |                 |                          |         |

Estimaciones propias.

Fuente de los datos: ENNIV 1994, 1997 y 2000.

## 5. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO PARA OBTENER PORTAFOLIOS ÓPTIMOS EN UN MODELO DE CICLO DE VIDA

El modelo es resuelto mediante condiciones de primer orden en (11). Las ecuaciones (9) y (10) componen un sistema con parámetros desconocidos

$b(x_t)$  y  $s(x_t)$ . La función de política  $c_t(x_t)$  está determinada numéricamente por una búsqueda de grilla en el *cash on hand*. A través de la inducción hacia atrás, se resuelve simultáneamente las ecuaciones de Euler. De acuerdo a Haliassos y Michaelides (2000), el algoritmo propuesto toma la siguiente forma: a) Dada una forma funcional inicial sobre  $s(x_t)$ , encontramos  $b(x_t)$  en (10) con un algoritmo de bisección estándar; b) Dado  $b(x_t)$  de (1), encontrar  $s(x_t)$  de (9) con el algoritmo de bisección; c) Si el máximo de las diferencias entre el  $s(x_t)$  inicial y su actualización de (2) es menor que el criterio de convergencia (se fija 0,001), entonces las funciones de política para los bonos y acciones normalizados están determinadas. La función de política para el consumo normalizado puede ser determinada con  $c_t = x_t - s_t - b_t$ . Nosotros repetimos el procedimiento desde el período T-1 hasta alcanzar el primer período del ciclo de vida. Los puntos que no se encuentran en la grilla son aproximados con una interpolación simple entre los puntos más cercanos. Haliassos y Michaelides (2000) utilizan métodos de interpolación y *splines* cúbicos (ver Judd, 1998), pero nuestra aproximación no presenta problemas. De hecho, son tan suavizadas como en Haliassos y Michaelides (2000). El código fue programado en GAUSS.

## 6. CALIBRACIÓN DEL MODELO DE PORTAFOLIO ÓPTIMO Y DE CICLO DE VIDA

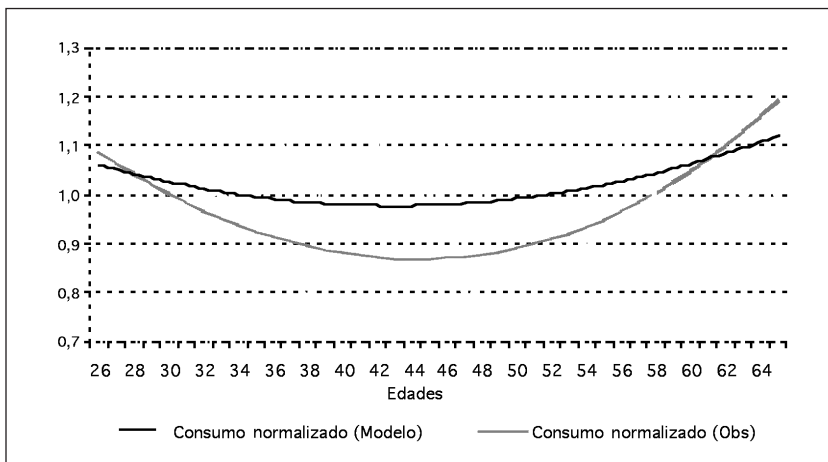
Cuadro 18  
PARÁMETROS CALIBRADOS

| Parámetro      | Ingreso |       |       |
|----------------|---------|-------|-------|
|                | Bajo    | Medio | Alto  |
| $\beta$        | 0,920   | 0,925 | 0,925 |
| $\gamma$       | 0,310   | 0,300 | 0,270 |
| $\rho$         | 0,300   | 0,300 | 0,320 |
| $\sigma_v^2$   | 0,010   | 0,010 | 0,010 |
| $\sigma_h^2$   | 0,033   | 0,033 | 0,033 |
| $\sigma_u^2$   | 0,462   | 0,462 | 0,462 |
| $\sigma_\mu^2$ | 0,250   | 0,250 | 0,250 |

Elaboración propia.

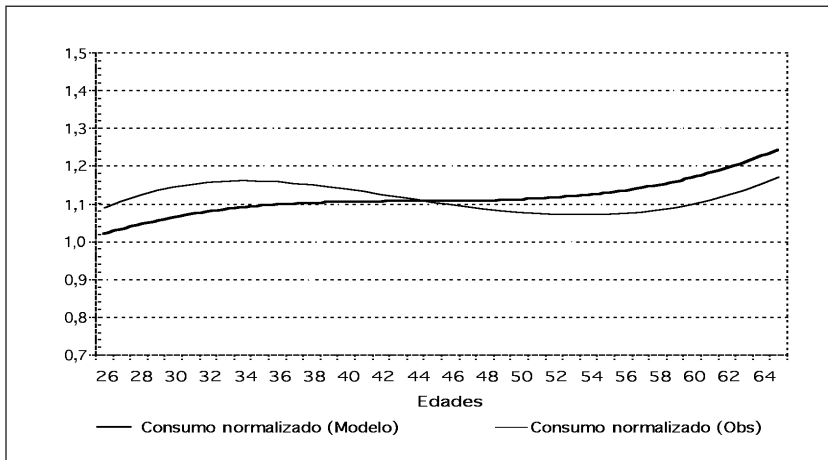


Gráfico 8  
 CONSUMO DE BIENES NORMALIZADO  
 (Nivel de educación: Superior)



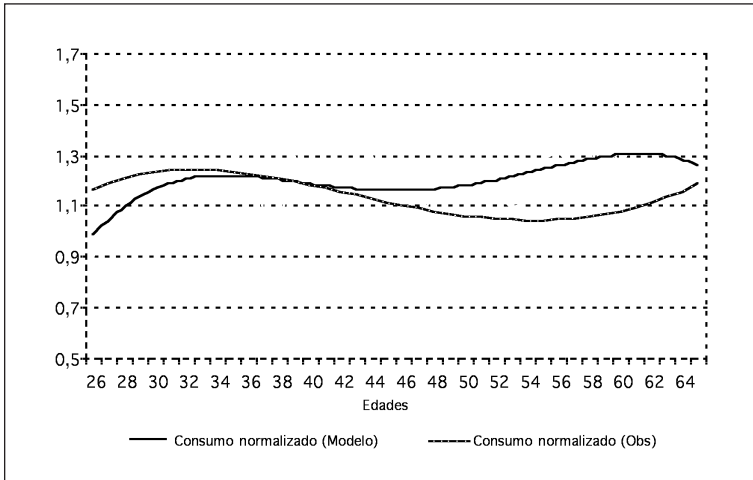
Elaboración propia. Fuente: ENNIV 1994, 1997 y 2000 y Modelo teórico estimado.

Gráfico 9  
 CONSUMO DE BIENES NORMALIZADO  
 (Nivel de educación: Secundaria)



Elaboración propia. Fuente: ENNIV 1994, 1997 y 2000 y Modelo teórico estimado.

Gráfico 10  
 CONSUMO DE BIENES NORMALIZADO  
 (Nivel de educación: Primaria)

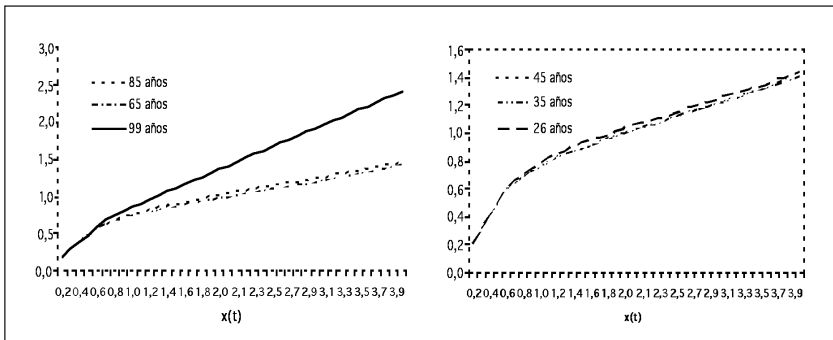


Elaboración propia. Fuente: ENIV 1994, 1997 y 2000 y Modelo teórico estimado.

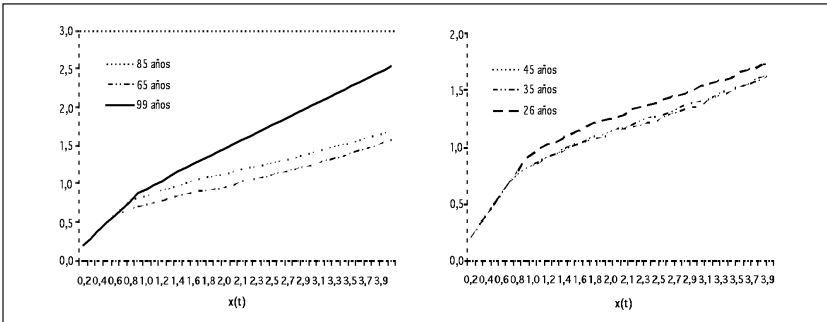
## 7. REGLAS ÓPTIMAS DE CONSUMO Y PORTAFOLIO

Gráfico 11  
 CONSUMO DE BIENES NORMALIZADO

$$\gamma = 2; \beta = 0,925; \delta = 0,04; \sigma_u^2 = 0,46; \sigma_n^2 = 0,03; \sigma_m^2 = 0,25; \rho = 0,0$$



$\gamma = 0,6; \beta = 0,925; \delta = 0,04; \sigma_u^2 = 0,46; \sigma_n^2 = 0,03; \sigma_\mu^2 = 0,15; \rho = 0,3$



$\gamma = 0,8; \beta = 0,92; \delta = 0,04; \sigma_u^2 = 0,46; \sigma_n^2 = 0,03; \sigma_\mu^2 = 0,25; \rho = 0,3$

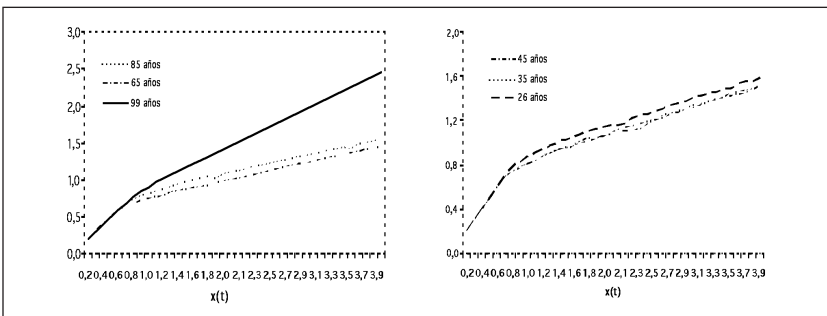
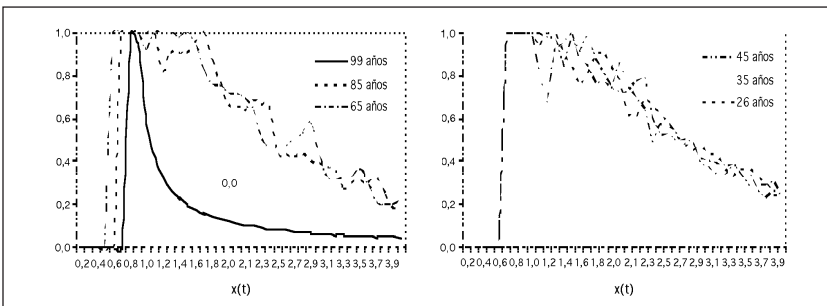
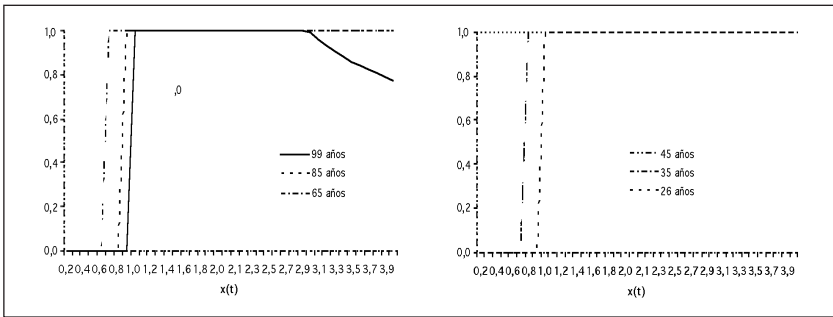


Gráfico 12  
 INSTRUMENTOS DE RENTA VARIABLE  
 (Participación en el portafolio)

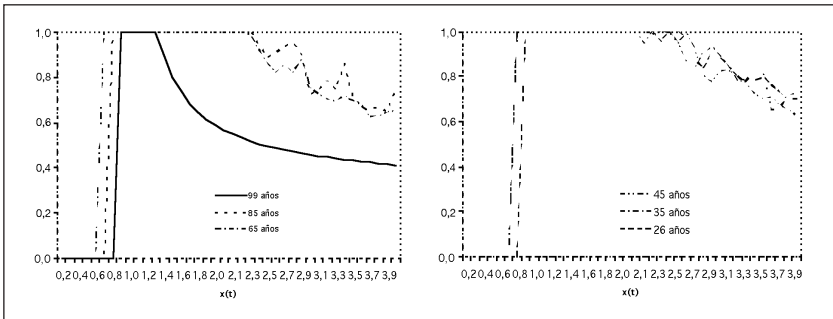
$\gamma = 2; \beta = 0,925; \delta = 0,04; \sigma_u^2 = 0,46; \sigma_n^2 = 0,03; \sigma_\mu^2 = 0,25; \rho = 0,0$



$$\gamma = 0,6; \beta = 0,925; \delta = 0,04; \sigma_u^2 = 0,46; \sigma_n^2 = 0,03; \sigma_\mu^2 = 0,15; \rho = 0,3$$

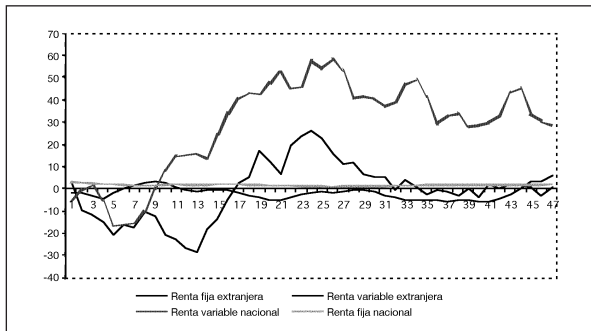


$$\gamma = 0,8; \beta = 0,92; \delta = 0,04; \sigma_u^2 = 0,46; \sigma_n^2 = 0,03; \sigma_\mu^2 = 0,25; \rho = 0,3$$



## 8. RETORNOS DE ACTIVOS

Gráfico 13  
RENTABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú, Reserva Federal y Bloomberg.

Cuadro 19  
MATRIZ DE VARIANZAS Y DE COVARIANZAS

|                           | <i>Bono del Tesoro<br/>EE.UU.</i> | <i>Dow Jones</i> | <i>IGVBL</i> | <i>CDBCRP</i> |
|---------------------------|-----------------------------------|------------------|--------------|---------------|
| Bono del Tesoro<br>EE.UU. | 11,82853                          | -15,02625        | -36,96244    | 3,106734      |
| Dow Jones                 | -15,02625                         | 160,7977         | 190,0963     | -7,066203     |
| IGVBL                     | -36,96244                         | 190,0963         | 404,6233     | -22,07328     |
| CDBCRP                    | 3,106734                          | -7,066203        | -22,07328    | 2,969538      |

Cuadro 20  
CARACTERÍSTICAS ESTADÍSTICAS DE LOS PRECIOS REPRESENTATIVOS  
DE LOS INSTRUMENTOS PARA LA SIMULACIÓN  
DE LOS PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN

|             | <i>Bono del<br/>Tesoro EE,UU,</i> | <i>Dow Jones</i> | <i>IGVBL</i> | <i>CDBCRP</i> |
|-------------|-----------------------------------|------------------|--------------|---------------|
| Media       | -1,245536                         | -0,661548        | 28,84370     | 2,419585      |
| Mediana     | -1,936449                         | 0,667165         | 34,53886     | 2,538296      |
| Máximo      | 7,168468                          | 25,84094         | 57,80114     | 7,214758      |
| Mínimo      | -6,146142                         | -28,37989        | -14,51908    | -0,844912     |
| Std. Dev.   | 3,476446                          | 12,81769         | 20,33272     | 1,741865      |
| Skewness    | 0,593352                          | -0,076598        | -0,725225    | 0,375609      |
| Kurtosis    | 2,461733                          | 2,695488         | 2,466700     | 3,356119      |
| Jarque-Bera | 3,325245                          | 0,227551         | 4,676915     | 1,353499      |