

RAMSEY, FRANK (1928). "A Mathematical Theory of Saving", en *Economic Journal*, vol. 38, N° 152. Oxford: Blackwell Publishers, Royal Economic Society, diciembre, pp. 543-559.

SEMINARIO, BRUNO Y ARLETTE BELTRÁN (1998). *Crecimiento económico en el Perú 1896-1995: nuevas evidencias estadísticas*, Documento de Trabajo N° 32. Lima: Centro de Investigación de la Universidad del Pacífico-CIUP.

Anexo 1

Modelo de equilibrio general y la economía neoclásica de crecimiento

Este tipo de modelos se denominan de equilibrio general porque incorporan en un mismo marco analítico diferentes tipos de agentes, quienes interactúan en diversos mercados simultáneamente. De esta manera, se cuenta con una visión completa de las relaciones económicas que no pueden ser contenidos en modelos como el IS-LM.

En términos resumidos, en un modelo de equilibrio general se cuenta con dos tipos de agentes: familias y empresas, los cuales interactúan en los mercados. Así, por un lado, las familias poseen activos financieros y utilizan su tiempo para ofrecerlo en el mercado de trabajo. De esta manera, generan rentas o ingresos. Ellas utilizan parte de estos ingresos para consumir, y ahorran el resto. Las empresas, por otro lado, alquilan el trabajo y el capital de las familias y los combinan con una tecnología para producir unos bienes que luego venden a las familias. El medio de interacción entre las familias y las empresas son los mercados. Los empresarios contratan los servicios de trabajo, a un precio que llamamos *salario* y alquilan el capital que poseen las familias, a cambio de una *renta* o *dividendos*. Por su parte, las familias compran los bienes producidos por las empresas. Los precios que pagan las empresas por los factores de producción y los precios que pagan las familias por los bienes vendidos por las empresas, los "deciden" los mercados, de tal manera que todas las ofertas y demandas de la economía se igualen.

La incorporación, a este tipo de modelos, de la teoría de crecimiento neoclásico tiene como origen los trabajos de Ramsey (1928), aunque fueron modificados posteriormente por Koopmans (1965) y Cass (1995).

La característica más importante de esta variante de modelos neoclásicos es que están contruidos sobre la base de decisiones en el nivel microeconómico. Así, las trayectorias de los agregados a través del tiempo responden

al comportamiento maximizador de agentes representativos, los cuales suelen ser familias y empresas. Esto establece una diferencia crucial con modelos de crecimiento como los de Solow-Swan: las proporciones ahorradas -lo cual está directamente ligado a la tasa de inversión per cápita- no son resultado de un supuesto ni se mantienen fijas a lo largo del tiempo. Por el contrario, son consecuencia del comportamiento de los agentes y pueden exhibir trayectorias dinámicas en su camino hacia sus valores de equilibrio estacionario.

Sin embargo, los modelos de Ramsey requieren caracterizar formalmente a los agentes participantes en la economía, para poder hallar las propiedades del modelo. En el caso de las familias, se asume que maximizan una función de utilidad intertemporal (de horizonte infinito) de la forma:

$$U(0) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) L_t dt$$

donde c es el consumo per cápita, L es el tamaño de la población y ρ , la tasa de descuento intertemporal.

El supuesto acerca de la extensión del periodo de planeamiento considera que las decisiones que enfrentan las familias acerca del monto a consumir y a ahorrar tienen en cuenta no solo sus efectos sobre su bienestar actual, sino el bienestar de las futuras generaciones (existencia de un motivo *altruista*). Por esto se dice que el horizonte temporal relevante para el problema de optimización de las familias es infinito. Asimismo, la existencia de una tasa de descuento intertemporal (ρ) resulta de considerar que las familias valoran su propio consumo más que el consumo de sus hijos, esto a pesar de que existe una preocupación intergeneracional.

Por otro lado, las familias se encuentran sujetas a la restricción de que sus ingresos -que provienen del alquiler de trabajo y capital- deben ser usados para consumir o invertir en más capital. Las empresas, por su parte, son típicas maximizadoras de beneficios. Operan en un mercado de competencia perfecta, lo que implica que son tomadoras de precios -tanto del bien final como de los factores productivos-. Adicionalmente, debido a que la economía se considera como abierta, el equilibrio en el mercado financiero se dará a la tasa en la que se igualen el *stock* de activos de las familias neto de las deudas con el exterior y el *stock* de capital. Asimismo, la política de gasto y los niveles de déficit y deuda afectan el nivel de equilibrio de las tasas de interés.

Anexo 2

Ecuaciones del modelo

Identidades

$$y = c + i + g + x - m$$

Crecimiento potencial del producto

$$1. \quad y_{dot} = (1 + n_{dot})(1 + q_{dot}) - 1$$

Precios relativos

$$2. \quad p_y = \frac{(p_c c + p_k i + p_g g + p_x x - p_m m)}{y}$$

$$3. \quad p_c = \frac{(1 + ti)[pcd(c - c_m) + p_m c_m]}{c}$$

$$4. \quad p_k = \frac{(1 + ti)[pkd(i - i_m) + p_m i_m]}{i}$$

$$5. \quad p_g = \frac{(1 + ti)[pgd(g - g_m) + p_m g_m]}{g}$$

$$6. \quad p_x = p_x^* z$$

$$7. \quad p_m = p_m^* z$$

$$8. \quad pfc = \frac{p_y^* y - \left[\frac{ti}{1 + ti} \right] [p_c c + p_k i + p_g g]}{y}$$

$$9. \quad pcd(c - c_m) + pkd(i - i_m) + pgd(g - g_m) = (c - c_m) + (i - i_m) + (g - g_m)$$

Tasas de interés

$$10. r_{con} = Rp + prima_{con}$$

$$11. r_k = Rp + prima_k$$

$$12. r_{nfa} = Rp + prima_{nfa}$$

Comportamiento de los consumidores

$$13. c = c_{capitalistas} + c_{Asalariados}$$

$$14. c_{Asalariados} = \frac{yd_{Asalariados}}{p_c}$$

$$15. c_{Capitalistas} = \frac{pmcw(tw)(1 - td_{cap})}{p_c}$$

$$16. pmcw = 1 - \delta$$

$$17. tw = \frac{(1 + r_{con})}{(1 + y_{dot})} fa$$

$$18. risk = \frac{(r_k - r_{con})}{1 + y_{dot}} p_k k + \frac{(r_{nfa} - r_{con})}{1 + y_{dot}} nfa$$

$$19. fa = \frac{(1 + y_{dot})(risk - p_c * c_{Capitalistas})}{(y_{dot} - r_{con})}$$

Comportamiento del Gobierno

$$20. def = (def_{Objetivo}) p_y y$$

$$21. deuda = def + \frac{deuda}{(1 + y_{dot})}$$

$$22. gv = t - \frac{r^*}{(1 + y_{dot})} deuda + def - gf$$

$$23. t = \frac{ti}{(1 + ti)} [p_c c + p_k i + p_g g] + td(y_{lab}) + td_{cap}(tw)$$

$$24. g = gv + gf$$

Sector externo

$$25. m = c_m + i_m + g_m + x_m$$

$$26. c_m = (cm_c)c$$

$$27. i_m = (im_i)i$$

$$28. g_m = (gm_g)g$$

$$29. x_m = (xm_x)x$$

$$30. cm_c = cm_c0 - \beta_c \left(\frac{p_m}{pcd} \right)$$

$$31. im_i = im_i0 - \beta_i \left(\frac{p_m}{pkd} \right)$$

$$32. gm_g = gm_g0 - \beta_g \left(\frac{p_m}{pgd} \right)$$

$$33. x = (x_0 + x_2 p_x)y$$

$$34. netx = p_x x - p_m m$$

$$35. nfa = fa - p_k k - deuda$$

$$36. z = \frac{(y_{dot} nfa - r_{nfa} nfa)}{(1 + y_{dot})(p_x^* x - p_m^* m)}$$

Las firmas y la oferta agregada

$$37. w = \frac{(1 - \alpha)(pfc)y}{1 - u}$$

$$38. y_{lab} = w(1 - u)$$

$$39. yd_{Asalariados} = y_{lab}(1 - td)$$

$$40. \quad cc = (1 + r_k) p_k - (1 - depr) p_k$$

$$41. \quad k = \frac{\alpha(pfc)(y)(1 + y_{dot})}{cc}$$

$$42. \quad i = k - \frac{(1 - depr)k}{(1 + y_{dot})}$$

$$43. \quad y = 0,25(tfp) \left(\frac{k}{1 + y_{dot}} \right)^\alpha (1 - u)^{1-\alpha}$$

Condiciones de equilibrio

$$44. \quad check1 = p_y y - p_c c - p_k i - p_g g - p_x x + p_m m$$

$$45. \quad check2 = (pfc)y - pcd(c - c_m) - pkd(i - i_m) - pgd(g - g_m) - p_x x + p_m x_m$$

Anexo 3 Nomenclatura

Cuadro 1
Variables endógenas

Abreviatura	Descripción
c	Consumo privado
c _{asalariados}	Consumo de los asalariados
cc	Costo del capital
c _{capitalistas}	Consumo de los capitalistas
check 1	Check de verificación de las cuentas nacionales
check 2	Check de verificación de condición de equilibrio
c _m	Importaciones de bienes de consumo
cm_c	Participación del consumo importado en el consumo (calibra cm_c0)
def	Déficit fiscal
deuda	Deuda pública
fa	Activos financieros reales
g	Gasto total
gf	Gasto público fijo (consumo público)
g _m	Importaciones de bienes para el gasto público
gm_g	Participación del consumo público importado en el consumo público (calibra gm_g0)
gv	Gasto público variable (inversión pública)
hwfl	Riqueza humana
i	Inversión bruta fija
i _m	Importaciones de bienes de capital
im_i	Participación del consumo público importado en el consumo público (calibra gm_g0)
k	Stock de capital
m	Importaciones
mpcw	Propensión marginal a consumir de la riqueza
netx	Exportaciones netas
nfa	Ratio de activos externos netos
p _c	Precio relativo de los bienes de consumo
pfc	Precio relativo de la producción a costo de factores
p _g	Precio relativo de los bienes de consumo público
p _k	Precio relativo de los bienes de capital
pkd	Precio relativo doméstico de los bienes de capital
p _m	Precio relativo de los bienes de importación
p _x	Precio relativo de los bienes de exportación
p _y	Precio relativo del producto
q _{dot}	Tasa de crecimiento de la productividad
r _{con}	Tasa de interés para los consumidores
r _k	Tasa de interés para el capital
r _{nfa}	Tasa de interés para los activos externos netos
t	Recaudación por impuestos destinada a cubrir consumo público
tw	Riqueza total de los consumidores capitalistas
w	Salarios
x	Exportaciones netas
x _m	Importaciones para la reexportación
xm_x	Participación de las importaciones para la reexportación
yd _{asalariados}	Ingreso disponible de los consumidores asalariados
y _{dot}	Tasa de crecimiento potencial de la economía
y _{lab}	Ingreso laboral
z	Tipo de cambio real

Cuadro 2
Parámetros

Abreviatura	Descripción
alpha	Participación del capital en el ingreso nacional
depr	Tasa de depreciación
x_2	Parámetro de sensibilidad en la función de exportaciones
β_c	Parámetro de sensibilidad en la función de importaciones de bienes de consumo
β_g	Parámetro de sensibilidad en la función de importaciones de bienes de consumo público
β_i	Parámetro de sensibilidad en la función de importaciones de bienes de inversión

Cuadro 3
Variables exógenas

Abreviatura	Descripción
cm_c0	Término de nivel de la ecuación 27 (calibrado de la ecuación de cm_c)
def _{objetivo}	Déficit fiscal objetivo
delta	Factor de descuento de los consumidores
gm_g0	Término de nivel de la ecuación 31 (calibrado de la ecuación de gm_g)
im_i0	Término de nivel de la ecuación 29 (calibrado de la ecuación de im_i)
n _{dot}	Tasa de crecimiento de la población
pcd	Precio relativo doméstico de los bienes de consumo
pgd	Precio relativo doméstico de los bienes de consumo público
pm*	Precio internacional de las importaciones
prima _{con}	Prima por riesgo para el consumo
prima _k	Prima por riesgo para el capital
prima _{na}	Prima por riesgo para los activos externos netos
px*	Precio internacional de las exportaciones
rdebt	Tasa de interés del endeudamiento del Gobierno
Rp	Tasa de interés real básica
td	Tasa neta de impuesto directo al ingreso de los asalariados
td _{cap}	Tasa neta de impuesto directo a la riqueza de los capitalistas
tfp	Productividad total de los factores
ti	Tasa efectiva de impuestos indirectos
u	Tasa natural de desempleo
x ₀	Exportaciones autónomas

Anexo 4

Parámetros y variables exógenas del modelo

	Trimestral	Anual
I. Primas por riesgo		
a. Consumo privado	0,0126	5,15%
b. Capital	0,0150	6,13%
c. Activos externos netos	0,0103	4,18%
II. Sector fiscal		
a. Déficit objetivo	1,345%	-
b. Impuesto indirecto	9,00%	-
c. Impuesto al ingreso disponible de los asalariados	2,14%	-
d. Impuesto a la riqueza de los capitalistas	0,19%	-
III. Sector externo		
a. Exportaciones		
- Exportaciones autónomas	11,00%	-
- Parámetro de sensibilidad	0,023	-
b. Importaciones		
- cm_c0	0,190	-
- β_c	0,070	-
- im_i0	0,232	-
- β_i	0,000	-
- gm_g0	0,182	-
- β_g	0,034	-
IV. Sector laboral		
a. Tasa de desempleo (<i>u</i>)	0,075	-
V. Producción y capital		
a. Tasa de depreciación (<i>depr</i>)	0,006	2,54%
b. Tasa de crecimiento de la productividad (<i>q_{dot}</i>)	0,006	2,40%
c. Productividad total de factores (<i>tfp</i>)	0,657	-
d. Participación del capital en el ingreso	0,427	-
VI. Consumo		
a. Factor de descuento intertemporal (<i>delta</i>)	0,985	-
VII. Precios relativos domésticos		
a. Gasto público (<i>pgd</i>)	0,542	-
b. Consumo privado (<i>pcd</i>)	1,068	-
VIII. Precios relativos externos		
a. Exportaciones	1,099	-
b. Importaciones	1,001	-

Anexo 5

Valores numéricos del estado estacionario

	Niveles	% del PBI
I. Demanda agregada	0,250	100,00%
a. Consumo privado	0,170	68,18%
b. Gasto público	0,032	12,75%
- <i>Gasto público fijo</i>	0,020	8,00%
- <i>Gasto público variable</i>	0,012	4,75%
c. Inversión bruta fija total	0,047	18,99%
d. Exportaciones	0,035	14,18%
e. Importaciones	0,035	14,09%
II. Consumo privado		
a. Capitalistas	0,046	18,56%
b. Asalariados	0,124	49,61%
III. Sector público		
a. Déficit fiscal	0,004	1,54%
b. Deuda pública	0,400	-
c. Recaudación	0,033	13,30%
IV. Sector externo		
a. Participación de las importaciones en los componentes de la demanda agregada		
- <i>Consumo privado</i>	0,109	-
- <i>Gasto público</i>	0,104	-
- <i>Inversión bruta fija total</i>	0,232	-
- <i>Exportaciones (importaciones para reexportación)</i>	0,067	-
b. Importaciones	0,035	14,09%
- <i>Consumo privado</i>	0,019	7,40%
- <i>Gasto público</i>	0,003	1,33%
- <i>Inversión bruta fija total</i>	0,011	4,41%
- <i>Exportaciones (importaciones para reexportación)</i>	0,002	0,95%
c. Exportaciones netas	0,005	1,84%
d. Activos externos netos	-0,444	-

Continúa

Continuación

	Niveles	% del PBI
V. Oferta Agregada		
a. <i>Stock de capital</i>	3,000	-
b. Costo del capital	0,038	-
VI. Riqueza y salarios		
a. Activos financieros	3,598	-
b. Riqueza total de los capitalistas	3,643	-
c. Salarios	0,162	-
d. Ingreso laboral	0,150	-
e. Ingreso disponible de los asalariados	0,147	-
VII. Precios relativos		
a. Consumo privado	1,185	-
b. Gasto público	0,670	-
c. Inversión (bienes de capital)	1,214	-
d. Importaciones	1,244	-
e. Exportaciones	1,366	-
f. Producción	1,142	-
g. Producción a costo de factores	1,050	-
h. Doméstico de bienes de capital (<i>pkd</i>)	1,074	-
i. Tipo de cambio real	1,243	-
VIII. Tasas de interés		
a. Tasa para el Gobierno	0,013	5,36%
b. Tasa para los consumidores	0,022	9,30%
c. Tasa para los activos externos netos	0,020	8,30%
d. Tasa para el capital	0,025	10,30%
IX. Otros		
a. Tasa de crecimiento del producto potencial	0,010	3,93%